



Research Article
Received: March 21, 2022

Accepted: April 26, 2022

Published: April 26, 2022

ISSN 2658-5553

The role of mutual shear deformations in ensuring the safety of prestressed reinforced concrete elements

Balushkin, Alexander Leonidovich¹

¹ Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, Russian Federation

Correspondence: albalush@mail.ru; contact phone [+79036381255](tel:+79036381255)

Keywords:

Prestressed reinforced concrete elements; Life cycle stages; Bond (adhesion) of reinforcement to concrete; Mutual shear of reinforcement and concrete; Built-up bar

Abstract:

The object of study is prestressed reinforced concrete elements, with reinforcement tension on stops in the manufacturing and maintenance stages. It is noted that of all the significant parameters of bond - the stiffness of the contact of concrete with a prestressed reinforcing element can most reliably assess and ensure safe working conditions for the reinforced concrete element as a whole. **Method.** The determination of mutual shifts of reinforcement and concrete is carried out using the theory of built-up bars, adapted for prestressed reinforced concrete elements. A method for estimating mutual shear strains for elements with single and double prestressed reinforcement is presented. Recommendations are given for calculating the parameters of bond stiffness. **Results.** For a multi-hollow slab, the nature of the distribution of mutual shear deformations along the length of the structure for different stages of the life cycle is shown. It is proposed, when checking the strength of reinforced concrete elements with prestressed reinforcement, according to the deformation model, to additionally introduce a check of mutual shear deformations at the contact of concrete and reinforcement.

1 Introduction / Введение

Безопасная эксплуатация железобетонных элементов (ЖБЭ), имеющих в составе армирования предварительно напряженные (ПН) элементы, во многом определяется техническим состоянием контакта (сцепления) между бетоном и элементами армирования. Деформативность связей между бетоном и арматурными элементами, возникающих в процессе изготовления, работающих преимущественно на сдвиг — один из значимых параметров, который следует контролировать при проверке живучести на всех стадиях жизненного цикла для конструктивных элементов из сборного железобетона [1-3], а также сталежелезобетонных конструкций [4].

В процессе проектирования ПН ЖБЭ контролируются напряжения в бетоне при обжатии σ_{bp} , а также длина зоны передачи предварительного напряжения на бетон l_p в соответствии с п.п. 9.1.11, 9.1.12 Свода правил СП 63.13330.2018. Жесткость сцепления ПН арматуры с бетоном действующим СП 63.13330.2018 [5] не оценивается.

Для количественной оценки параметров контакта арматуры с бетоном используются расчетные характеристики сцепления, нормирование которых осуществляется в соответствии с требованиями Государственных стандартов ГОСТ 8829-2018 [6] и ГОСТ 34028-2016 [7], СП 63.13330.2018 [5], Руководящих технологических материалов РТМ 75-95 [8] и др.

К таким характеристикам сцепления относятся:



1. Расчетное сопротивление сцепления напрягаемой арматуры с бетоном R_{bond} [5] принимается равномерно распределенным по длине зоны передачи напряжений l_p , что характеризует средние касательные напряжения сцепления в зоне контакта $\overline{\tau_g}$.

2. Длина зоны передачи предварительного напряжения на бетон l_p определяет необходимую длину участка контакта ПН арматуры с бетоном для передачи усилия N_{sp} с арматуры на бетон [5]. В пределах этого участка предполагается изменение усилия в напрягаемой арматуре по длине элемента $N_{sp}(x) = \sigma_{sp}(x)A_{sp}$. Параметр l_p интегрально оценивает участки активного сцепления, расположенные у торцов ПН ЖБЭ, поскольку напряжения в арматуре $A_{sp,2}$ на участке $0 \leq x \leq l_p$ изменяются как $0 < \sigma_{sp}(x) < \sigma_{sp,0} - \sigma_{loss,I}$, при этом касательные напряжения сцепления принимают значения $0 < \tau_g(x) < R_{bond}$.

3. Характеристика сцепления арматурного проката с бетоном - относительная площадь смятия поперечных ребер (критерий Рема) $f_R \geq 0.039 \div 0.056$ [7,9]. Параметр характеризует жесткость непосредственного контакта арматурного элемента с выступами бетона, склонность к появлению раскалывающего эффекта, сопровождающегося образованием радиальных трещин вокруг арматурного элемента. Влияет на длину зоны передачи напряжений l_p и относительное усилие выдергивания арматурного элемента.

4. Значение смещения свободных концов предварительно напряженных арматурных элементов (стержней, канатов, высокопрочной проволоки) на опоре $g_{sp}(x=0)$, мм. Данный параметр нормируется для стадии передачи предварительного напряжения $\Delta_{ult} = g_{su}$, мм, а также при выполнении испытаний железобетонной конструкции контрольной нагрузкой [6,8].

Таблица 1. Допустимые смещения арматурного элемента $g_{sp,ult}(0), g_{sp,ult}(L)$ при передаче предварительного напряжения. По данным [8]

Table 1. Permissible displacements of the reinforcing element $g_{sp,ult}(0), g_{sp,ult}(L)$ during transmission prestress. According to [8]

Тип арматурного элемента	$\sigma_{sp,0}$, МПа	R_{bp} , МПа	Ø, мм	$g_{sp,ult}$, мм
Стержневая А600	400-750	11.0-30.5	10-36	0.20-0.95
Канатная К-7(К1400)	500-1000	15.5-30.8	15.0	0.70-2.35
Высокопрочная проволочная по ГОСТ 7348 [10] (Вр1400, Вр1500, Вр1600)	600-1100	20.0-50.0	2.5-5.0	0.10-1.60

По данным таблицы 1 наибольшую жесткость сцепления имеет стержневая арматура. Наименьшую жесткость контакта показывают арматурные канаты, но они имеют начальный модуль упругости $E_{sp} = (1.3 \div 2) \cdot 10^5$ МПа, несколько меньше, чем у стержневой и проволочной арматуры по данным [10,11]. Максимально допустимые сдвиги, установленные по ГОСТ 8829-2018 [6] (Таблица 3), $\Delta_{ult} = 0.1(0.2)$ мм.

5. Удельная энергия деформации взаимного сдвига $\overline{U}(g) = \int_0^{g_u} \tau_g dg$. Для тяжелых бетонов классов до В60 включительно для стержневой, проволочной и канатной арматуры $\overline{U}(g) = 0.128 \div 0.450$. Данный параметр характеризует «энергоемкость» сцепления, способность работы армирования в стадии пластического деформирования без нарушения сцепления. Очень важный параметр для гарантии безопасной работы железобетонной конструкции с учетом значимого уровня рисков прогрессирующего обрушения и других особых воздействий [12-17].

Из представленных выше характеристик зоны контакта арматуры с бетоном только параметр 4 - смещение свободных концов предварительно напряженных арматурных элементов $g_{sp}(0), g_{sp}(L)$ можно достаточно надежно контролировать при изготовлении, транспортировке,



строительстве и эксплуатации железобетонной конструкции. Следует отметить, что значения взаимных смещений или сдвигов между бетоном и арматурным элементом важно оценивать не только по концам элемента, но и по длине зоны передачи предварительного напряжения на бетон, а также в местах образования дискретных трещин.

Цель работы – показать значимость корректной оценки деформаций взаимного сдвига между арматурой и бетоном для обеспечения безопасной работы ЖБЭ на всех этапах жизненного цикла.

Для достижения указанной цели решаются задачи:

- адаптация основных положений теории составных стержней для ПН ЖБЭ;
- получение выражений для касательных напряжений в швах составного стержня для стадии обжатия и стадии эксплуатации для элементов с одиночным и двойным армированием;
- разработка объективных и удобных для расчетов аналитических выражений для оценки жесткости связей сдвига между бетоном и арматурными элементами;
- проведение численного моделирования параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) в зоне контакта ПН арматурного элемента с бетоном.

2 Materials and Methods / Материалы и методы

Сдвиги возникают вследствие податливости контакта при одновременном, взаимном деформировании бетона и арматуры в составе единой конструкции. Термин **взаимный сдвиг** между арматурой и бетоном предусматривает, что сдвиговая деформация может проявляться как сдвиг арматуры относительно бетона - $g_{sb}(x)$ или как сдвиг бетона относительно арматурного элемента - $g_{bs}(x)$, здесь x – текущая координата по длине ЖБЭ. Поскольку взаимные сдвиги определяются как:

$$\bar{g}_{sb}(x) = \bar{u}_s(x) - \bar{u}_{bs}(x) \text{ или } \bar{g}_{bs}(x) = \bar{u}_{bs} - \bar{u}_s(x) \quad (1)$$

данный параметр – это векторная величина. Здесь $u_s(x), u_{bs}(x)$ – перемещения вдоль оси ЖБЭ - соответственно арматурного элемента и контактирующих волокон бетона. Тогда для деформаций взаимного сдвига между арматурой и бетоном, возникающих в одной точке, имеют место соотношения:

$$\bar{g}_{sb} = -\bar{g}_{bs}, \quad |g_{sb}| = |g_{bs}| \quad (2)$$

Деформации взаимного сдвига типа g_{sb} (тип 1) характерны для ПН ЖБЭ, изготавливаемых как по технологии натяжения арматуры на упоры, так и на бетон, в момент передачи усилия предварительного обжатия, также при испытаниях по определению параметров сцепления при извлечении арматурного элемента из бетона.

Деформации взаимного сдвига типа g_{bs} - сдвиги бетона относительно арматуры (тип 2) возникают, когда внешние силовые факторы приложены к бетону при расположении армирования полностью внутри бетона, или инициируются бетоном при проявлении деформаций усадки, при наличии градиента температуры.

После образования дискретных трещин в изгибаемом элементе, вызванных действием внешней нагрузки, на приопорных участках без трещин, также будут проявляться сдвиговые деформации, g_{bs} , с тем же знаком, но большей интенсивности. На участках с трещинами знак деформаций сдвига изменится на противоположный, поэтому будут действовать деформации g_{sb} . Причина этого в том, что усилие в растянутой зоне N_t в сечениях с трещинами воспринимается только растянутой арматурой $A_{sp,2}$. Для сечений между трещинами на растянутую арматуру $A_{sp,2}$ передается большая, значительная часть N_t .

Поскольку взаимные сдвиги есть следствие податливости (конечного значения жесткости G_{link}) зоны контакта – сцепления, численно взаимные сдвиги определяются как:

$$g_{sb(bs)}(x) = \tau_g(x) G_{link}^{-1}(x) = \pm T'_s(x) G_{link}^{-1}(x) \quad (3)$$



Уравнение (3) имеет физическую интерпретацию. Взаимные сдвиги g_{sb} возрастают в направлении роста усилия в арматуре, а для сдвигов бетона относительно арматуры $-g_{bs}$ раскрытие трещин $a_{crc} = \left[g_{sb}(x) \right]_{x \rightarrow x_{crc}}$ происходит в стороны противоположные направлению возрастания усилия в растянутой арматуре.

Для получения разрешающих уравнений, при оценке параметров НДС армированного элемента, к выражению (1) применяют процедуру вычисления дивергенции, которая в одномерном случае тождественно есть процедура дифференцирования:

$$\operatorname{div} \bar{g}_{sb}(x) = g'_{sb}(x) = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_{bs}(x) \quad (4)$$

Уравнение (4) трактуется как уравнение совместности деформаций и используется для получения системы уравнений для деформационной модели СП 63.13330.2018 [5] в виде $g'_{sb}(x) = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_{bs}(x) = 0$. Это означает, что относительные деформации арматуры $\varepsilon_s(x)$ и волокон бетона, расположенных на уровне центра тяжести арматуры $\varepsilon_{bs}(x)$ равны.

Данное соотношение вообще есть частный случай, который может реализоваться до образования трещин в областях, значительно удаленных от опорных участков ($0.15L < x < 0.85L$), стыков и узлов сопряжения элементов. При более общем подходе уравнение (4) используется для получения основного разрешающего уравнения для определения сдвигающего усилия в зоне контакта арматуры и бетона. С учетом (3) используется запись в дивергентной форме:

$$g'_{sb}(x) = \left(T'_s(x) G_{link}^{-1}(x) \right)' = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_{bs}(x) \quad (5)$$

В процессе деформирования знак $g'_{sb}(x)$ меняется и для разных сечений может принимать разные значения $g'_{sb}(x) \triangleleft 0$, что позволяет оценить соотношение между относительными деформациями арматуры $\varepsilon_s(x)$ и бетона $\varepsilon_{bs}(x)$. Это особенно важно на участках с дискретными трещинами.

В дальнейшем рассматриваются изгибаемые ЖБЭ при действии продольной силы N , изгибающего момента M и поперечной силы Q в вертикальной плоскости XOZ . Крутящие моменты отсутствуют. Согласно положений СП 63.13330.2018 [5], безопасность ЖБЭ с учетом принятой деформационной модели обеспечивается прочностью нормальных сечений в зонах действия максимальных изгибающих моментов $M_{\max}(x)$, при условии, что прочность наклонных сечений на действие Q априори обеспечена. Тогда с учетом п.8.1.24 СП 63.13330.2018 [5] прочность нормального сечения обеспечивается при выполнении одновременно 2-х неравенств, для всех нормальных сечений по длине элемента:

$$\begin{cases} \varepsilon_{b,\max} < \varepsilon_{b,ult} \\ \varepsilon_{s,\max} < \varepsilon_{s,ult} \end{cases} \quad (6)$$

В соответствии с положениями ГОСТ 8829-2018 (п.10.1.2 ж) [6] при определении фактической разрушающей нагрузки одним из признаков, идентифицирующих наступление состояния разрушения ЖБЭ, является: «раздробление бетона по наклонному сечению из-за выдергивания арматуры вследствие нарушения ее сцепления с бетоном или раскола торцов околоопорных зон изгибаемых элементов ...». Подобный характер разрушения характерен для ПН ЖБЭ, в частности для многпустотных плит, изготовленных по агрегатно-поточной технологии или по технологии безопалубочного формования. Такие конструкции, как правило, имеют в основном конструктивное поперечное армирование на приопорных участках или не имеют поперечного армирования вообще.

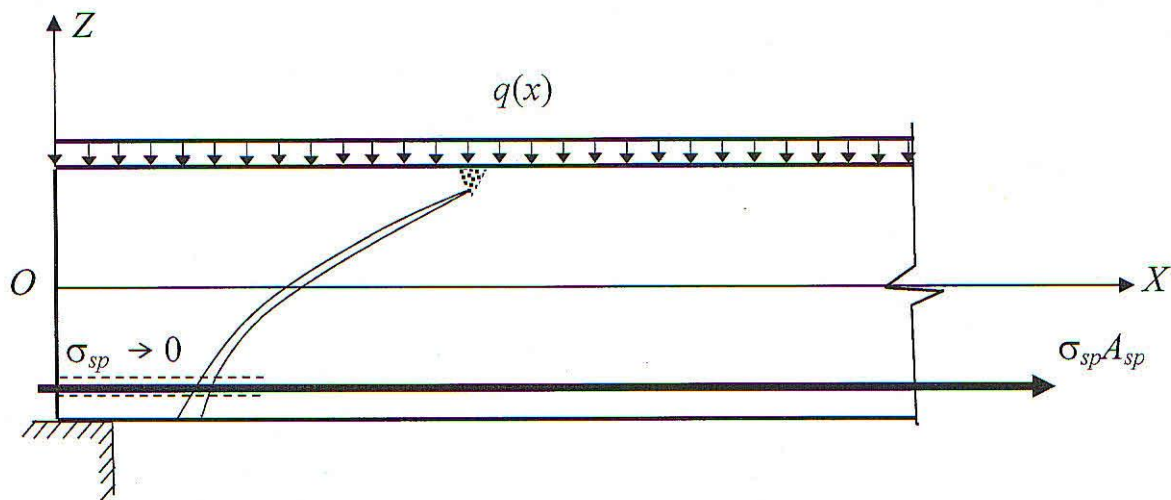


Рис. 1 - Схема разрушения ПН ЖБЭ при отказе сцепления на приопорном участке
Fig. 1 - Scheme of the destruction of the prestressed reinforced concrete elements in case of failure of the bond on the site at the support of the structure

Разрушение плиты инициируется с проявления значительных взаимных сдвигов (втягивание арматурного элемента) $g_{sp}(x)$ в зоне передачи напряжений на длине l_p , при этом касательные напряжения $\tau_g(x) \rightarrow 0$. При отсутствии дополнительного анкера для самоанкерующейся арматуры это означает, что $\sigma_{sp} \rightarrow 0$ и является индикатором того, что продольная арматура A_{sp} выключается из работы по восприятию внешнего момента. Так создаются условия для образования критической наклонной трещины параболического очертания, вследствие действия значительных поперечных сил Q_{max} . Далее образуется трещина, получающая наклон и параболическую траекторию выпуклостью вверх, идущая от опоры. Разрушение конструкции происходит от среза сжатого бетона в конце опасной наклонной трещины.

Критерием, обеспечивающим надежность сцепления, является значение взаимного сдвига арматурного элемента относительно бетона. Данный параметр нормируется при передаче предварительного напряжения по РТМ 75-95[8] и при выполнении контрольных испытаний по ГОСТ 8829-2018 [6].

Таким образом, отказ сцепления, вследствие возникновения значительных взаимных сдвигов в приопорной зоне, может привести к разрушению изгибаемого железобетонного элемента, что определяет разрушающую нагрузку для оценки прочности (I группа предельных состояний). По этому характеру разрушения может назначаться контрольная разрушающая нагрузка по ГОСТ 8829-2018 [6].

3 Results and Discussion / Результаты и обсуждение

3.1 Adapted built-up bar model for element with single reinforcement / Адаптированная модель составного стержня для элемента с одиночным армированием

Для определения взаимных смещений используется модель составного стержня [18], адаптированная для ПН ЖБЭ. Рассматриваются ЖБЭ, изготавливаемые по технологии натяжения арматуры на упоры. ЖБЭ может иметь преднапряженную и обычную арматуру в



нижней части сечения A_{sp2}, A_{s2} и соответственно в верхней зоне $A_{sp,1}, A_{s1}$. Рассматриваются ЖБЭ в нормативном и работоспособном состоянии, поэтому считается, что сдвиги между бетоном и арматурами A_{s1} и A_{s2} слишком малы и не учитываются.

Для ПН ЖБЭ изготавливаемых по технологии натяжения арматуры на упоры все расчетные соотношения получены для приращений относительных деформаций арматурного элемента и бетона.

$$\Delta \varepsilon_{sp}(x) - \Delta \varepsilon_{b,sp}(x) = \Delta g'_{sp}(x) \quad (7)$$

$\Delta \varepsilon_{sp}(x)$ – приращение относительных деформаций арматуры A_{sp} , предварительно растянутой до значений относительных деформаций $\varepsilon_{sp0} = \sigma_{sp0} / E_{sp}$;

$\Delta \varepsilon_{b,sp}(x)$ – приращение относительных деформаций волокон бетона, расположенных на уровне центра тяжести арматурного элемента. В момент твердения бетона, до передачи предварительного напряжения, относительные деформации в бетоне, принимаются, как правило, $\varepsilon_{b,sp} = 0$. При наличии данных о технологических параметрах процесса бетонирования можно учесть деформации усадки и от изменения температуры. Данная процедура весьма осложнена процессом твердения бетона во времени, при изменении параметров тепло-влажностных воздействий, при котором создается контакт между бетоном и арматурным элементом;

$\Delta g'_{sp}(x)$ – изменение взаимного сдвига между арматурой и бетоном по длине элемента.

Взаимный сдвиг контролируется в начале для стадии предварительного обжатия в момент передачи усилия предварительного натяжения на бетон.

Начальные напряжения в арматуре A_{sp2} , расположенной в нижней части поперечного сечения $\sigma_{sp0,2}$. Для арматуры A_{sp2} , рассчитываются первые потери предварительного натяжения σ_{loss1} , определяется усилие предварительного натяжения с учетом первых потерь $P_2^{(1)}$. Фиксируется приращение сдвигающего усилия в стадии передачи предварительного обжатия $\Delta T_{sp2} = \Delta T_{sp2,p} + \Delta T_{sp2,q}$ от передачи усилия $P_2^{(1)}$ с учетом собственного веса железобетонного элемента. Приращения сдвигающих усилий от действия предварительного натяжения арматуры - $\Delta T_{sp2,p}$ и от действия поперечной нагрузки (собственный вес элемента) - $\Delta T_{sp2,q}$ находятся из решения разных краевых задач, поскольку уравнения, для их определения имеют разные коэффициенты и разные граничные условия.

В соответствии с положениями теории составных стержней [18], ЖБЭ состоит из бетонной и арматурных ветвей, которые соединены между собой абсолютно жесткими поперечными связями и податливыми связями сдвига. При деформировании составного стержня в связях сдвига возникают сдвигающие усилия. Эти усилия действуют в шве составного стержня. Принимается стержень, имеющий нулевую толщину шва, при этом ширина шва не равна нулю, определяется шириной сечения бетонной ветви и суммарным периметром боковой поверхности арматурного элемента. В таком случае сдвигающее усилие ΔT_{sp2} , а также касательные напряжения сцепления $\tau_{gs,2}(x) = \Delta T'_{sp,2}(x)$, действующие по поверхности контакта арматурного элемента с бетоном, действуют по оси, проходящей через центр тяжести арматурной ветви A_{sp2} . Рассматриваются ЖБЭ, имеющие гибкую арматуру, собственными моментами инерции поперечных сечений арматурных ветвей пренебрегаем.

Определение взаимного сдвига для ЖБЭ с предварительно напряженной арматурой, расположенной только в нижней части сечения - A_{sp2} . В начале определяется $\Delta T_{sp2,p}$ – приращение сдвигающего усилия в момент передачи предварительного обжатия

$$\Delta T_{sp2,p}(x) = -\frac{\Delta_{20}}{\gamma} - \left(P_2^{(1)} - \frac{\Delta_{20}}{\gamma} \right) \frac{ch\lambda(x-L/2)}{ch\lambda L/2} \quad (8)$$



$$\lambda = \sqrt{G_{link,2}\gamma} \quad (9)$$

$$\gamma = \left(E_{sp,2}A_{sp,2}\right)^{-1} + A_e^{-1} + \left(m_0 - a_{p2}\right)^2 B_e^{-1} \quad (10)$$

$$\Delta_{20} = P_2^{(1)} \left(A_e^{-1} + \left(m_0 - a_{p2}\right)^2 B_e^{-1}\right) \quad (11)$$

$B_e; A_e$ – жесткости бетонной ветви при изгибе и при сжатии-растяжении определенные с учетом начального модуля упругости бетона E_b , нормированного при передаточной прочности бетона R_{bp} ;

m_0 – расстояние от центра тяжести бетонной ветви до нижней грани сечения;

a_{p2} – расстояние от центра тяжести арматурной ветви A_{sp2} до нижней грани сечения;

$P_2^{(1)} = A_{sp2}(\sigma_{sp0,2} - \sigma_{loss1})$ – усилие предварительного обжатия с учетом первых потерь.

При получении выражения (8), учтены граничные условия: $\Delta T_{sp2,p}(0) = \Delta T_{sp,p}(L) = -P_2^{(1)}$.

Сдвигающее усилие ΔT_{sp2} нужно скорректировать, учесть собственный вес ЖБЭ при действии распределенной нагрузки $q(x) = g_{c.в.}$, в виде дополнительного сдвигающего усилия $\Delta T_{sp2,q}$. Выражение (12) получено А.Р. Ржаницыным в работе [18] с учетом граничных условий:

$$\Delta T_{sp2,q}(0) = \Delta T_{sp,q}(L) = 0$$

$$\Delta T_{sp2,q}(x) = \frac{q(x)(m_0 - a_{p2})}{\gamma B_e} \left(\frac{xL}{2} - \frac{x^2}{2} - \frac{1}{\lambda^2} \left(1 - \frac{ch\lambda(x-L/2)}{ch\lambda L/2} \right) \right) \quad (12)$$

Взаимный сдвиг определяется как:

$$g_{sp2}(x) = \tau_{gsp,2}(x) G_{link,2}^{-1} = \left(\Delta T'_{sp2,p} + \Delta T'_{sp2,q} \right) G_{link,2}^{-1} \quad (13)$$

Тогда:

$$\Delta T'_{sp2,p}(x) = - \left(P_2^{(1)} - \frac{\Delta_{20}}{\gamma} \right) \lambda \frac{sh\lambda(x-L/2)}{ch\lambda L/2} \quad (14)$$

$$\Delta T'_{sp2,q}(x) = \frac{q(m_0 - a_{p2})}{\gamma B_e} \left(\frac{L}{2} - x + \frac{1}{\lambda} \frac{sh\lambda(x-L/2)}{ch\lambda L/2} \right) \quad (15)$$

3.2 Built-up bar model for elements with double reinforcement/ Модель составного стержня для элементов с двойным армированием

Если в ПН ЖБЭ предварительно напряженная арматура установлена также в верхней зоне – A_{sp1} , для определения взаимных сдвигов $\{g_{sp,1}(x); g_{sp,2}(x)\}$ нужно определить приращение сдвигающих усилий $\{\Delta T_{sp,1}(x); \Delta T_{sp,2}(x)\}$ для обеих арматурных ветвей A_{sp1} и A_{sp2} . В таком случае ПН ЖБЭ моделируется составным стержнем, состоящим из 3-х ветвей (с 2-мя периферийными арматурными ветвями и центральной бетонной ветвью). В развернутом виде система дифференциальных уравнений в общем случае для определения данных параметров, выглядит следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \left(\Delta T'_{sp,1}(x) G_{link,1}^{-1}(x) \right)' &= \Delta_{11}(x) \Delta T_{sp,1}(x) + \Delta_{12}(x) \Delta T_{sp,2}(x) + \Delta_{10}(x) \\ \left(\Delta T'_{sp,2}(x) G_{link,2}^{-1}(x) \right)' &= \Delta_{21}(x) \Delta T_{sp,1}(x) + \Delta_{22}(x) \Delta T_{sp,2}(x) + \Delta_{20}(x) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Коэффициенты системы уравнений имеют следующий вид:

$$\Delta_{11} = \left(E_{sp1}A_{sp1}\right)^{-1} + A_e^{-1} + \left(z_0 - a_{p1}\right)^2 B_e^{-1} \quad (17)$$



$$\Delta_{12} = -A_e^{-1} + (z_0 - a_{p1})(m_0 - a_{p2})B_e^{-1} \quad (18)$$

$$\Delta_{21} = -A_e^{-1} + (z_0 - a_{p1})(m_0 - a_{p2})B_e^{-1} \quad (19)$$

$$\Delta_{22} = (E_{sp2}A_{sp2})^{-1} + A_e^{-1} + (m_0 - a_{p2})^2 B_e^{-1} \quad (20)$$

$G_{link,1}, G_{link,2}$ – жесткости связей сдвига между бетонной ветвью и арматурными ветвями

A_{sp1}, A_{sp2} соответственно;

z_0 – расстояние от центра тяжести бетонной ветви до верхней грани сечения;

a_{p1} – расстояние от центра тяжести арматурной ветви A_{sp1} до верхней грани сечения бетонной ветви.

Систему уравнений (16) требуется решать 2 раза. Предварительно определяются сдвигающие усилия $\Delta T_{sp,j}, j=1,2$ для **стадии предварительного обжатия** с учетом первых потерь предварительного натяжения для арматурных ветвей A_{sp1}, A_{sp2} . Для данной стадии свободные члены системы уравнений (16) – $\Delta_{10}(x), \Delta_{20}(x)$ а также граничные условия для сдвигающих усилий в швах имеют следующий вид:

$$\Delta_{10} = -(P_1^{(1)} + P_2^{(1)})A_e^{-1} - (P_1^{(1)}(z_0 - a_{p1}) - P_2^{(1)}(m_0 - a_{p2}))B_e^{-1}(z_0 - a_{p1}) \quad (21)$$

$$\Delta_{20} = (P_1^{(1)} + P_2^{(1)})A_e^{-1} - (P_1^{(1)}(z_0 - a_{p1}) - P_2^{(1)}(m_0 - a_{p2}))B_e^{-1}(m_0 - a_{p2}) \quad (22)$$

Наиболее часто граничные условия для системы уравнений (16) записываются для сдвигающих усилий $\Delta T_{sp,j}, j=1,2$.

$$\Delta T_{sp1,p}(0) = \Delta T_{sp1,p}(L) = P_1^{(1)}, \quad \Delta T_{sp2,p}(0) = \Delta T_{sp2,p}(L) = -P_2^{(1)} \quad (23)$$

Усилия предварительного обжатия для арматурных элементов A_{sp1}, A_{sp2} с учетом первых потерь:

$$P_1^{(1)} = A_{sp1}(\sigma_{sp0,1} - \sigma_{loss1,1}), \quad P_2^{(1)} = A_{sp2}(\sigma_{sp0,2} - \sigma_{loss1,2}) \quad (24)$$

После решения системы уравнений (16) и определения сдвигающих усилий в арматурных ветвях A_{sp1}, A_{sp2} в стадии обжатия $\Delta T_{sp,j}, j=1,2$, затем определяются усилия в данных арматурных ветвях:

$$N_{sp0,1}(x) = P_1^{(1)} - \Delta T_{sp1,p}(x), \quad N_{sp0,2}(x) = P_2^{(1)} + \Delta T_{sp2,p}(x) \quad (25)$$

На основании данных о $N_{sp0,1}(x)$ и $N_{sp0,2}(x)$ контролируются предварительные напряжения в бетоне σ_{bp} при передаче усилий предварительного обжатия $P_1^{(1)}, P_2^{(1)}$, а также оцениваются вторые потери от ползучести бетона $\Delta\sigma_{sp6}$.

Далее вычисляются вторые потери $\sigma_{loss,2}$ и с учетом суммарных потерь $\sum\sigma_{sp,j}, j=1,2$ корректируются усилия в напрягаемой арматуре $P_1^{(2)}, P_2^{(2)}$ и соответственно сдвигающие усилия $\Delta T_{sp,j}, j=1,2$. Определяются усилия в ПН арматурах с учетом полных потерь предварительного напряжения:

$$N_{sp1}(x) = P_1^{(2)} - \Delta T_{sp1,p}(x), \quad N_{sp2}(x) = P_2^{(2)} + \Delta T_{sp2,p}(x) \quad (26)$$

Поскольку СП 63.13330.2018 (п.п. 9.1.8,9.1.9) [5] допускает определение потерь предварительного напряжения после обжатия и другими, более точными способами [19], целесообразнее проявление усадки и ползучести бетона учитывать напрямую, решая задачу определения параметров НДС с учетом данных об усадке бетона $\varepsilon_{shr}(\tau)$, значения меры $C_b(\tau_0, \tau)$ и коэффициента ползучести $\varphi_b(\tau_0, \tau)$. Учет влияния деформаций ползучести при определении



взаимных сдвигов выходит за рамки данной работы, поскольку представляет собой специфическую задачу, в основе решения которой принятие теории ползучести.

Влияние деформаций ползучести $\varepsilon_{crb,j}(x, \tau), j=1,2$ учитывается непосредственно в условиях взаимного деформирования бетонной и арматурных ветвей A_{sp1}, A_{sp2} .

$$\left(\Delta\varepsilon_{b,cs}(x) + \varepsilon_{crb,1}(x, \tau)\right) - \Delta\varepsilon_{sp1}(x) = \Delta g'_{sp1}(x) \quad (27)$$

$$\Delta\varepsilon_{sp2}(x) - \left(\Delta\varepsilon_{bt,s}(x) + \varepsilon_{crb,2}(x, \tau)\right) = \Delta g'_{sp2}(x) \quad (28)$$

При определении $\Delta T_{sp,j}, j=1,2$ для стадий изготовления, транспортирования, монтажа и эксплуатации с учетом деформаций усадки бетона $\varepsilon_{shr}(\tau)$ система уравнений (16) решается с учетом других значений коэффициентов Δ_{10}, Δ_{20} и граничных условий.

$$\Delta_{10} = -\left(N_{sp1} + N_{sp2}\right)A_e^{-1} - \left(M(x) + N_{sp1}(z_0 - a_{p1}) - N_{sp2}(m_0 - a_{p2})\right)B_e^{-1}(z_0 - a_{p1}) + \varepsilon_{shr}(\tau) \quad (29)$$

$$\Delta_{20} = \left(N_{sp1} + N_{sp2}\right)A_e^{-1} - \left(M(x) + N_{sp1}(z_0 - a_{p1}) - N_{sp2}(m_0 - a_{p2})\right)B_e^{-1}(m_0 - a_{p2}) - \varepsilon_{shr}(\tau) \quad (30)$$

Граничные условия при решении системы уравнений (16) для данных стадий будут такими:

$$\Delta T_{sp1,q}(0) = \Delta T_{sp1,q}(L) = 0, \quad \Delta T_{sp2,q}(0) = \Delta T_{sp2,q}(L) = 0 \quad (31)$$

Граничные условия для стадии эксплуатации приведены для ПН арматуры без дополнительных внешних анкеров.

B_e, A_e – жесткости бетонной ветви при изгибе и при сжатии-растяжении определенные с учетом значения E_b назначенного при проектной прочности бетона;

$G_{link,1}, G_{link,2}$ – жесткости связей сдвига между бетонной и арматурными ветвями A_{sp1}, A_{sp2} определенные с учетом значения начального модуля деформации E_b , назначенного при проектной прочности бетона.

Для определения сдвигающих усилий или их приращений $\Delta T_{sp,j}, j=1,2$ можно сразу численным методом решать систему дифференциальных уравнений (16). Затем определяются касательные напряжения $\tau_{gsp,j}(x) = \Delta T'_{sp,j}(x), j=1,2$ и взаимные сдвиги $g_{sp,j}(x) = \tau_{gsp,j}(x)G_{link,j}^{-1}, j=1,2$. Такой подход имеет место, если в бетонной ветви проявились неупругие деформации и трещины.

Если трещин и неупругих деформаций в бетонной ветви нет, решение системы (16) для определения приращений сдвигающих усилий $\Delta T_{sp,j}, j=1,2$ можно получить в аналитической форме в несколько этапов, воспользовавшись предложением А.Р. Ржаницына [18], применив при этом метод разложения нагрузки по собственным функциям системы уравнений. Для этого требуется выполнить преобразование свободных членов системы дифференциальных уравнений (16).

$$R_1 = G_{link,1}^{0.5}(\Delta_{10} \cos \varphi - \Delta_{20} \sin \varphi) \quad (32)$$

$$R_2 = G_{link,2}^{0.5}(\Delta_{10} \sin \varphi + \Delta_{20} \cos \varphi) \quad (33)$$

Обобщенные сдвигающие силы определяются так:

$$\bar{T}_1(x) = \bar{T}_1(0) \frac{ch \lambda_1(x - L/2)}{ch \lambda_1 L/2} - \frac{R_1}{\lambda_1^2} \left(1 - \frac{ch \lambda_1(x - L/2)}{ch \lambda_1 L/2}\right) \quad (34)$$

$$\bar{T}_2(x) = \bar{T}_2(0) \frac{ch \lambda_2(x - L/2)}{ch \lambda_2 L/2} - \frac{R_2}{\lambda_2^2} \left(1 - \frac{ch \lambda_2(x - L/2)}{ch \lambda_2 L/2}\right) \quad (35)$$

Дифференцируя выражения для обобщенных сдвигающих усилий, получают зависимости для обобщенных касательных напряжений в швах составного стержня:



$$\bar{T}_1'(x) = \bar{T}_1(0) \frac{\lambda_1 sh \lambda_1 (x - L/2)}{ch \lambda_1 L/2} + \frac{R_1}{\lambda_1} \frac{sh \lambda_1 (x - L/2)}{ch \lambda_1 L/2} \quad (36)$$

$$\bar{T}_2'(x) = \bar{T}_2(0) \frac{\lambda_2 sh \lambda_2 (x - L/2)}{ch \lambda_2 L/2} + \frac{R_2}{\lambda_2} \frac{sh \lambda_2 (x - L/2)}{ch \lambda_2 L/2} \quad (37)$$

$$\bar{T}_1(0) = P_1^{(1)} \cos \varphi G_{link,1}^{-0.5} - P_2^{(1)} \sin \varphi G_{link,2}^{-0.5} \quad (38)$$

$$\bar{T}_2(0) = -P_1^{(1)} \sin \varphi G_{link,1}^{-0.5} - P_2^{(1)} \cos \varphi G_{link,2}^{-0.5} \quad (39)$$

Далее осуществляется переход к фактическим сдвигающим усилиям по формулам:

$$\Delta T_{sp1,p}(x) = \bar{T}_1(x) \cos \varphi G_{link,1}^{0.5} - \bar{T}_2(x) \sin \varphi G_{link,1}^{0.5} \quad (40)$$

$$\Delta T_{sp2,p}(x) = \bar{T}_1(x) \sin \varphi G_{link,2}^{0.5} - \bar{T}_2(x) \cos \varphi G_{link,2}^{0.5} \quad (41)$$

$$\lambda_{1,2}^2 = \frac{G_{link,1} \Delta_{11} + G_{link,2} \Delta_{22}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{G_{link,1} \Delta_{11} - G_{link,2} \Delta_{22}}{2} \right)^2 + G_{link,1} G_{link,2} \Delta_{12}^2} \quad (42)$$

$$tg \varphi = \frac{\sqrt{G_{link,1} G_{link,2} \Delta_{21}}}{\lambda_1^2 - G_{link,2} \Delta_{22}} \quad (43)$$

$$\cos \varphi = (1 + tg^2 \varphi)^{-0.5}, \quad \sin \varphi = tg \varphi (1 + tg^2 \varphi)^{-0.5} \quad (44)$$

Жесткости связей сдвига $G_{link,1}, G_{link,2}$ между бетонной и арматурными ветвями A_{sp1} и A_{sp2} рассчитываются в предположении, что взаимный сдвиг между бетонной и соответствующей арматурной ветвью проявляется в виде деформаций сдвига $g_{w,j}(x), j=1,2$ на участке стенки высотой $z_0 - a_{p1}$ для A_{sp1} и на участке $m_0 - a_{p2}$ для A_{sp2} . Другая компонента взаимного сдвига проявляется в зоне непосредственного контакта бетона и арматурного элемента $g_{bond,j}(x), j=1,2$. Тогда жесткости связей сдвига для соответствующих арматурных ветвей для приведенного бетонного сечения, в виде двутаврового профиля, записываю следующим образом (если $m_0 > h_f$):

$$G_{link,1}^{-1}(x) = G_{w,1}^{-1}(x) + G_{bond,1}^{-1}(x) \quad (45)$$

$$G_{link,2}^{-1}(x) = G_{w,2}^{-1}(x) + G_{bond,2}^{-1}(x) \quad (46)$$

$$G_{w,1}^{-1}(x) = \left(\frac{z_0 - h'_f}{b(1 + k_{sw})} + \frac{h'_f - a_{p1}}{b'_f(1 + b/b'_f k_{sw})} \right) \frac{1}{G_b} \quad (47)$$

$$G_{w,2}^{-1}(x) = \left(\frac{m_0 - h_f}{b(1 + k_{sw})} + \frac{h_f - a_{p2}}{b_f(1 + b/b_f k_{sw})} \right) \frac{1}{G_b} \quad (48)$$

$$G_{bond,1}^{-1}(x) = \frac{1}{\sum P_{s1} G_{con,1}}, \quad G_{bond,2}^{-1}(x) = \frac{1}{\sum P_{s2} G_{con,2}} \quad (49)$$

Коэффициент k_{sw} в знаменателе выражений (47) и (48) учитывает наличие поперечного армирования или дополнительного косвенного армирования в зоне передачи напряжений l_p , определяется по формуле:

$$k_{sw} = \frac{A_{sw} G_{sw}}{b_s G_b} \quad (50)$$

A_{sw}, s_w – соответственно площадь сечения и шаг поперечных стержней;

4. Conclusions / Заключение

1. Максимальные сдвиги реализуются у торцов элемента при обжатии бетона и составляют $g_{sp2,max} = 0.293$ мм, что не превышает значения допускаемой величины втягивания стержневой арматуры при передаче предварительного напряжения $g_{sp,ult} = 0.50$ мм, установленного в РТМ 75-95 [8]. Максимальное оценочное значение приращения деформации взаимного сдвига от контрольной нагрузки, (по ГОСТ 8829-2016 при $C=1.9$) составило $\Delta g_{sp2,q} = 0.0124 < \Delta_{ult}(g_{sp,ult}) = 0.1(0.2)$ мм - это предельно допустимое значение по ГОСТ 8829-2016 [6].

2. С течением времени после проявления всех потерь ПН максимальные сдвиги снижаются до $g_{sp2,max} = 0.123$ мм, что составляет 42% от первоначального значения $g_{sp2,max}$ в момент передачи предварительного обжатия. Это максимальное значение снижения сдвигов, если передаточная прочность назначена из условия: $R_{bp} = 0.5B$. Если передаточная прочность бетона назначается при условии, что $R_{bp} > 0.5B$, снижение сдвигов от нарастания прочности бетона и соответственно начального модуля деформации E_b и модуля сдвига бетона G_b будет меньше.

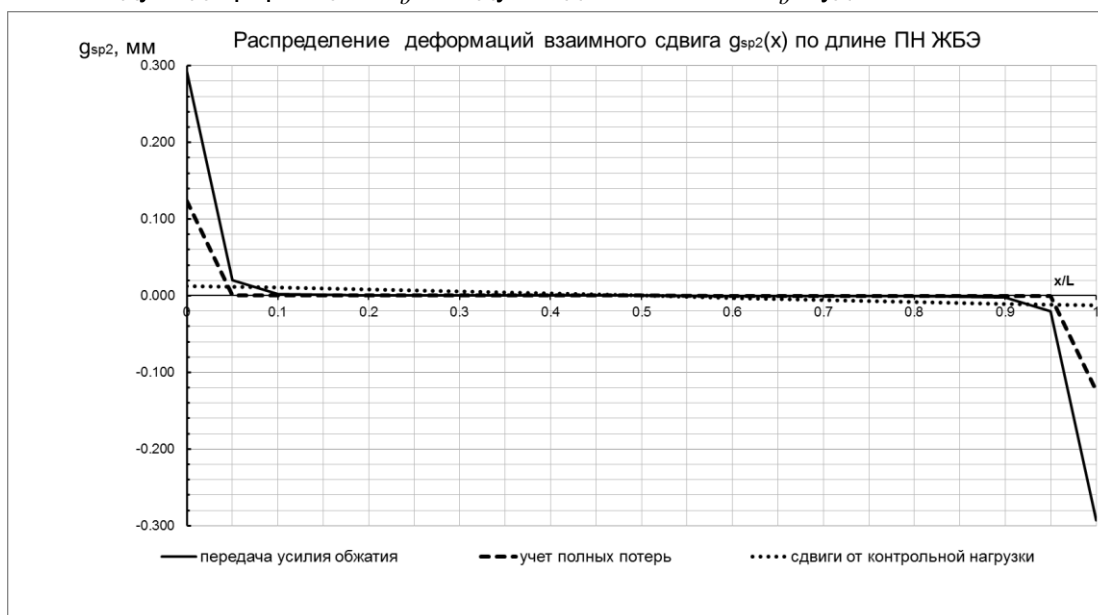


Рис. 3 - Результаты расчета сдвигов арматуры относительно бетона для разных стадий работы ПН ЖБЭ

Fig. 3 - Results of calculation of reinforcement shifts relative to concrete for different stages work of a prestressed reinforced concrete element

3. Сдвиговые деформации в стадии эксплуатации значительно меньше, чем в стадии передачи предварительного напряжения. Смещения (втягивания) арматурного элемента контролируются в соответствии с ГОСТ 8829-2018 [6] при контрольной нагрузке. При этом значения смещений-сдвигов составляют в пределах 0.05-0.10 от максимальных сдвигов при передаче усилия предварительного обжатия.

4. Зона активных сдвигов располагается на длине $0.1L$ от торцов элемента. Далее по длине ЖБЭ сдвиги существенно затухают, и элемент работает как монолитный. Если трещины в элементе не допускаются в стадии эксплуатации, то можно рассматривать ПН ЖБЭ как стержень с жесткими связями сдвига.

5. Сдвиговые деформации проявляются почти полностью на расстоянии $x/L = 0.10 \div 0.15$ от торцов элемента. На расстоянии $x/L = 0.10 - g_{sp2}(0.10L)/g_{sp2}(0) \approx 0.00163$. По СП 63.13330.2016 [5] длина зоны передачи напряжений l_p нормируется по среднему значению касательных напряжений сцепления $\bar{\tau}_g = R_{bond}$. Более надежно нормировать параметр l_p на



основании информации о характере распределения взаимных сдвигов $g_{sp2}(x)$ у торцов ПН ЖБЭ.

6. Если элемент имеет ПН армирование не только в нижней, но и в верхней зоне в виде A_{sp1} , сдвиги в арматуре $A_{sp2} - g_{sp2}$ требуется определять с учетом A_{sp1} , а также осуществлять расчет g_{sp1} , что усложняет процедуру контроля безопасности конструкции при проектировании и при испытаниях. При конструировании ПН ЖБЭ армирование в верхней зоне принимается в соотношении $A_{sp1} \leq (0.11 \div 0.25)A_{sp2}$, напряжение в этой арматуре назначается как $\sigma_{sp0,1} \leq (0.5 \div 1.0)\sigma_{sp0,2}$. Усилие предварительного обжатия в арматуре $A_{sp1} - P_1^{(1)}$ определяется, с учетом, что среднее значение первых потерь предварительного напряжения $\bar{\sigma}_{loss1} < 0.2\sigma_{sp0}$. Тогда $P_1^{(1)} \cong (0.20 \div 0.33)\sigma_{sp2}A_{sp2} \cong 0.12P_2^{(1)}$. Касательные напряжения сцепления в момент передачи усилия предварительного обжатия $\tau_{g_{sp2,p}}(x)$ определяются соответствии с выражением (14) в основном зависят от величины $P_2^{(1)}$, вклад слагаемого $\Delta_{20}/\gamma \approx 0.05P_2^{(1)}$.

$$\tau_{g_{sp2,p}}(x) = \Delta T'_{sp2,p}(x) = -\left(P_2^{(1)} + \Delta_{20}/\lambda\right)\lambda \frac{sh\lambda(x-L/2)}{ch\lambda L/2} \quad (54)$$

Учитывая, что выражение для касательных напряжений сцепления для арматуры $A_{sp1} - g_{g_{sp1,p}}(x)$ будет иметь аналогичных характер, можно сделать вывод, что сдвиги, при обжатии бетона для арматуры $A_{sp1} - |g_{g_{sp1,p}(q)}| \leq 0.12|g_{g_{sp2,p}(q)}|$. Такой же подобный результат был ранее установлен, при расчете параметров НДС для обычных изгибаемых ЖБЭ с двойным армированием. Это свидетельствует о том, что в первую очередь следует оценивать сдвиги $g_{sp2}(x)$ в сборных элементах заводского изготовления для арматуры A_{sp2} , расположенной в нижней зоне. Если деформации $g_{sp2}(x) < g_{sp,ult}$, значит, если учитывать выше приведенные соотношения по оценке $P_1^{(1)}$, для деформаций взаимного сдвига для арматуры, расположенной в верхней зоне будет выполняться условие: $g_{sp1}(x) \ll g_{sp,ult}$, что в целом гарантирует безопасность ЖБЭ по условию контакта для всей предварительно напряженной арматуры, установленной в ПН ЖБЭ.

7. Для обеспечения и повышения безопасности ПН ЖБЭ следует уже на стадии проектирования оценивать, прежде всего, сдвиги арматуры A_{sp2} в момент передачи усилия обжатия с арматуры на бетон. В случае предсказания недопустимых значений сдвигов для арматуры A_{sp2} , следует предусматривать дополнительное усиление зоны передачи напряжений в виде дополнительных анкеров или элементов косвенного армирования.

8. Оценка максимальных значений взаимных сдвигов, проявляющихся на концах элемента, $g_{sp,j}(0), g_{sp,j}(L), j=1,2$ для стадии изготовления позволит получить более надежные конструктивные решения для ПН ЖБЭ на опорах. Значения взаимных сдвигов в значительной мере определяются жесткостью связей сдвига между арматурным элементом и бетонной частью конструкции $G_{link,j}(x), j=1,2$. Данный параметр существенно зависит от модуля сдвига бетона G_b , и нормируется по начальному модулю упругости бетона E_b , который, в свою очередь коррелируется от класса бетона (передаточной прочности бетона) $B(R_{bp})$ и способа твердения бетона. Введение легких арматурных сеток в приопорных зонах позволит изменить параметры приведенного сечения бетонной ветви, в частности ширину b , которая также в значительной степени влияет на параметр $G_{link}(x)$. При повышении жесткости сцепления на опорах уменьшаются взаимные сдвиги, снижается длина зоны передачи напряжений l_p , тогда анкерование ПН арматуры будет более надежной, что естественно снизит вероятность разрушения ПН элемента.

Balushkin, A.

The role of mutual shear deformations in ensuring the safety of prestressed reinforced concrete elements; 2022; *AlfaBuild*; 22 Article No 2204. doi: 10.57728 /ALF.22.4



9. При проверке прочности ПН ЖБЭ по деформационной модели согласно СП 63.13330.2018 [5], следует дополнительно ввести проверку деформаций взаимного сдвига по контакту бетона и арматуры A_{sp2} .

$$\begin{cases} \varepsilon_{b,\max}(x_1) < \varepsilon_{b,ult} \\ \varepsilon_{sp2,\max}(x_1) < \varepsilon_{s2} \\ g_{sp2,\max}(x_2) < g_{sp,ult} \end{cases} \quad (55)$$

Применение модели составного стержня, адаптированной для армированных элементов, позволяет рассматривать широкий круг специфических задач по проблемам обеспечения безопасности ЖБК. Деформация взаимного сдвига между ПН арматурным элементом и окружающим бетоном является одним из основных параметров при оценке НДС и должна контролироваться прежде всего при изготовлении ЖБЭ. Достоверная информация о том, как изменяются деформации сдвига по длине ЖБЭ, позволяет оценить техническое состояние не только зоны передачи напряжений, **но и получить информацию о положении и ширине дискретных трещин по длине элемента при расчете в стадии эксплуатации.**

References

1. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Raschetnye modeli silovogo soprotivleniia zhelezobetona. – Moskva: Izd-vo ASV, 2004. - 472 p.
2. Veselov A.A. Nelineinaiia teoriia stsepleniia armatury s betonom i prilozheniia: dis. dokt. Tekhn. nauk: 05.23.01. SPb., 2000. 320 p.
3. Tur, V.V., Tur, A.V., Lizahub, A.A. Checking of the robustness of precast structural systems based on the energy balance method. Vestnik MGSU. 2021. (8). Pp 1015-1033. DOI: 10.22227/1997-0935.2021.8.1015-1033.
4. Tonkih, G.P., Chesnokov, D.A. An experimental study of a shear connection of steel-reinforced concrete slabs with angle shear studs. Vestnik MGSU. 2021. (2). Pp. 144-152. DOI: 10/22227/1997-0935.2021.2.144-152.
5. SP 63.13330.2018 Concrete and reinforced concrete structures. General provisions SNiP 52-01-2003. M. Minstroï Rossii, 2019. 150 p.
6. GOST 8829-2018 Prefabricated construction concrete and reinforced concrete products. Load testing methods. Rules for assessment of strength, rigidity and crack resistance. Izдание oficialnoe. M, Standartinform, 2019. 21 p.
7. GOST 34028-2016 Reinforcing rolled products for reinforced concrete constructions. Specifications. Izдание oficialnoe. M, Standartinform, 2019. 46 p.
8. Rukovodiashchie tekhnologicheskie materialy po zavodskomu proizvodstvu sbornykh predvaritel'no napriazhennykh zhelezobetonnykh konstruksii (RTM 75-95). M, NIIZhB, 1995. – 287p.
9. Leonhardt, F. Prestressed concrete. Spannbeton /F. Leonhard. – Springer-Verlag/. Berlin-Heidelberg-New-York, 1980. 246 p.
10. GOST 7348-81 Carbon steel wire for reinforcement of prestressed concrete constructions. Specifications. M. Izдание oficialnoe. 1981. 8 p.
11. Rukovodstvo po primeneniiu stal'nykh kanatov i ankernykh ustroistv v konstruksiiakh zdaniï i sooruzhenii/NIi stroit, konstruksii Gosstroia SSSR, M., Stroïizdat: 1978 — 94 p.
12. SN 2.01.01-2019. Osnovy proektirovaniia stroitel'nykh konstruksii, Minsk, 2020; TKP
13. BS 8110-1:1997. Structural use of concrete — Part 1: Code of practice for design and construction
14. UFC 4-023-03. Unified Facilities Criteria (UFC) Design Building to Resist Progressive Collapse/Department of Defense USA. 2005.
15. TKP EN 1991-1-7. Vozdeistviia na konstruksii. Chast' 1-7.Obshchie vozdeistviia. Osobyie vozdeistviia. Ministerstvo arkhitektury i stroitel'stva respubliki Belarus'. Minsk, 2010. 67 p.
16. Fib Bulletin 43: Structural connections for precast concrete buildings // Guide to good practice. 2008



17. Kolchunov, V.I., Vu Ngoc Tuyen, Nizhegorodov, D.I. Dynamic response of the building construction system with a finite degree of freedom under a special action. Vestnik MGSU. 2021. (10). Pp.1337-1345. DOI: 10.22227/1997-0935.2021.10.1337-1345.
18. Rzhanitsyn A.R. Sostavnye sterzhni i plastinki. - M.: Stroizdat, 1986. - 316 s.,il
19. Lazouski, D.N., Tur, V.V., Gluhov, D.O., Y.D. Lazouski, E.D. Creep and shrinking of concrete accounting according to SP 5.03.01-2020 when analysis of reinforced concrete structures based on deformational analytical model. Vestnik BSTU. 2021. Pp. 7-12 doi.org/10.36773/1818-1212-2021-125-2-7-12.
20. Evrokod 2. Proektirovanie zhelezobetonnykh konstruksii. Chast' 1-1. Obshchie pravila i pravila dlia zdanii. – Minsk: Ministerstvo arkhitektury i stroitel'stva Respubliki Belarus'. 2010. – 191p.
21. SP 5.03.01-2020. Betonnye i zhelezobetonnye konstruksii. Minsk, 2020 244 p.
22. Fib Bulletin 72. Bond and anchorage of embedded reinforcement: Background to the fib Model Code for Concrete Structures 2010 // Technical report federation internationale du beton.
23. Fantilli A.P., Feretti D., Vallini P. DEFORMABILITA, A BREVE TERMINE, NELL'ESERCIZIO DI TRAAVI INFLESSE IN CONGLOMERATO ARMATO// Politecnico di Milano. – STUDI E RICERCHE n° 18, Italcementi S.p.A., Bergamo 1997/ pp. 213-230.
24. GOST 9561-2016 Plity perekrytii zhelezobetonnye mnogopustotnye dlia zdanii i sooruzhenii. Tekhnicheskije usloviia Izdanie ofitsial'noe. M, Standartinform, 2016. 23 p.
25. Serii 1.141-1 vypusk 63. Paneli perekrytii zhelezobetonnye mnogopustotnye. - TsNIIÉPzhilishcha.- Moskva, 1984. – 59 p.