



Research Article


Received: December 16, 2023

Accepted: January 25, 2024

Published: February 19, 2024

ISSN 2658-5553

Natural frequencies of innovative building structures with several vibration sources

Pushkarev, Ivan Andreevich¹ ¹Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation; pia10no@mail.ruCorrespondence:* email pia10no@mail.ru; contact phone: +79058760483

Keywords:

Beam; Dynamic analysis; Natural frequency; Vibrations; Damping coefficient; Innovative building structures

Abstract:

The object of research is the dynamics of innovative building structures in the form of thermostructural panels. The panels are exposed to several vibration sources with unbalanced masses. The sources are established on the same basis. It is assumed that self-synchronization may occur when exposed to several vibration sources with unbalanced masses. **Method.** A design diagram has been drawn up for the location of several vibration sources in a building on one beam. The sources of vibration were rotors with unbalanced masses. The equations of motion of the rotors were compiled based on the Lagrange equations of the second kind. An analytical solution is found under the assumption that the angular velocities of the rotors are constant. The displacements of the system's center of mass from the equilibrium position are determined. The circular frequencies of natural transverse vibrations of a beam of constant cross-section are determined. **Results.** The results indicate that the values of the first natural frequency of the beam when it is rigidly fastened are close to the frequency of household engines with rotating parts with an unbalanced mass, and there is a danger of self-synchronization. It is shown that at specific attenuation coefficient values, the beam's displacement amplitude exceeds the permissible values.

1 Введение / Introduction

Одной из важных задач динамики конструкций в строительной механике является расчет собственных частот колебаний. Усложнению расчетных моделей способствует применение инновационных конструкционных материалов и конструктивных форм, для исследования динамики и деформации которых применяются как численные (в первую очередь, метод конечных элементов), так и аналитические методы. Цель данной работы – исследование собственных частот инновационных строительных конструкций с несколькими источниками вибрации при использовании математического аппарата. Объектом исследования являются термоструктурные панели, представленные как однопролетные балки постоянного сечения. Предмет исследования – динамика термоструктурных панелей при действии на них нескольких источников вибрации.

Анализ литературы в данной области показывает следующее. Исследование динамического поведения балок Тимошенко приведен в работе [1]. Обозначено, что для изучения проблем вибрации динамическую задачу можно свести к исследованию балки Эйлера-Бернулли. Продольно-поперечные связанные колебания несимметричных балок переменной высоты даны в работе [2]. Аналитические решения для плоских балочных ферм, арок, рам и консолей приведены в справочнике [3]. В статье [4] дано численное решение полных нелинейных уравнений, описывающих связанные поперечно-продольные колебания растянутых балок Эйлера-Бернулли с общими линейными граничными условиями произвольной упругой жесткости. В работе [5] приводится численное исследование продольно-поперечных колебаний объектов с движущейся

Pushkarev, I.

Natural frequencies of innovative building structures with several vibration sources; 2024; AlfaBuild; 31 Article No 3101. doi: 10.57728/ALF.31.1



границей, позволяющему решать задачу Коши для системы нелинейных дифференциальных уравнений с нелинейными граничными условиями.

Использование соответствующих программных комплексов позволяет исследовать конструкции в нелинейной постановке задачи. Так, например, исследование деформации строительных конструкций в среде компьютерной математики Maple приведены в работах [6], [7]. Численный расчет статически неопределимой рамы с элементами повышенной жесткости с помощью компьютерной программы STAB12.EXE методом конечных элементов выполнен в работе [8].

Исследование отрицательного воздействия вибрационных воздействий на строительные конструкции в полной мере возможно после определения параметров конструкции и здания в целом, а именно: собственной частоты и коэффициента затухания колебаний конструкции. Так, статья [9] посвящена тематике исследования возникновения первой собственной частоты колебаний модульного здания и влияния податливости узлов на частоту. Оценка вибрационных характеристик деревянных конструкций с высоким демпфированием на основе резонансной кривой приведена в работе [10]. Значительное количество работ посвящено определению первой собственной частоты плоских и пространственных ферм [11]–[16]. Исследованию резонансных свойств систем, а именно времени реверберации, необходимых для определения коэффициента затухания различных материалов посвящены работы [17]–[19].

Динамическое поведение системы усложняется, если на одном из элементов конструкции оказалось несколько источников колебаний с неуравновешенными массами. В таком случае есть опасность возникновения самосинхронизации, т.е. установления самопроизвольной или кратной частоты несколько автоколебательных систем, которые вступают во взаимодействие [20]–[22]. Это способствует значительному возрастанию вибрации механизмов, размещенных на одном основании. В работе [23] анализируются вынужденные и параметрические колебания составной пластины, вызванные ее резонансными изгибными колебаниями. В статье [24] проведено исследование вынужденных колебаний двухслойной пластины при гармонической нагрузке. Предложена методика численного исследования динамического отклика при вынужденных гармонических колебаниях прямоугольной двухслойной пластины, состоящей из основного жесткого слоя и низкожесткого демпфирующего слоя. Динамическое деформирование материала демпфирующего слоя описывается линейными физическими уравнениями вязкоупругого твердого тела, которые представляют собой обобщение гипотезы Кельвина-Фойгта на случай сложного напряженного состояния.

Исследованию малых длинноволновых свободных изгибных колебаний многослойной пластины с чередующимися жесткими и мягкими слоями посвящена работа [25]. Особое внимание уделяется возможности замены пластины эквивалентной однослойной пластиной Тимошенко–Рейсснера. В работе [26] указано, что наиболее опасны изгибные колебания балки, а в случае крутильных колебаний необходимо выполнять частотный анализ для всех типов вибраций в каждом конкретном случае.

Таким образом, задача исследования динамического воздействия на инновационные строительные конструкции со стороны механизмов с неуравновешенными массами, в особенности при одновременной работе нескольких устройств изучена недостаточно и является актуальной. В настоящей работе анализируется воздействие нескольких источников вибрации на новые разновидности строительных конструкций в виде термоструктурных панелей. Определено, что собственные частоты панелей близки к частотам бытового и ремонтного оборудования, а также вентиляторов, насосов, компрессоров и т.п., а динамические прогибы панелей, при определенных условиях, могут быть выше допустимых параметров.

2 Материалы и методы / Materials and Methods

Определение собственной частоты и коэффициента затухания колебаний необходимо для исследования динамического воздействия вибрации на инновационные строительные конструкции в виде металлических профилей в виде термоструктурных плит. Плиты представляют собой металлические профили с внутренним заполнением из минераловатных плит, пенополистирола, фибролита и т.д. монолитно связанных с самим профилем (рис. 1, а). Панели имеют незначительный вес и komponуются между собой «в паз» вручную без использования строительных механизмов техники, что позволяет получить высокий экономический эффект.

Данные конструкции используются в малоэтажном жилищном и промышленном строительстве, а также при реконструкции и надстройке существующих зданий.

С целью определения собственных частот и форм поперечных колебаний конструкция каркаса панели, выполненная из оцинкованной стали, рассматривалась как однопролетная балка постоянного сечения с массой, распределенной равномерно. Такой параметр, как жесткость балки определялся исходя из геометрии приведенного сечения. Приведенное сечение было определено посредством объединения металлических профилей гнутой формы каркасов панелей, расположенных рядом, в единое целое (рис. 1, б).

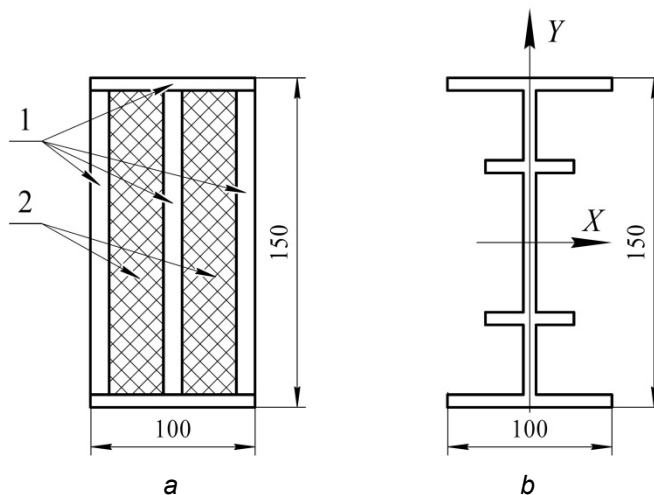


Рис. 1. - Панель термоструктурная: а – одна из типовых схем: 1 – профиль из оцинкованной стали; 2 – пенополистирол или минераловатная вата; б – приведенное сечение несущей конструкции

Fig. 1. - Thermostructural panel: a – one of the typical schemes: 1 – galvanized steel profile; 2 – expanded polystyrene or mineral wool; б – reduced section of the supporting structure

Определение круговых частот собственных поперечных колебаний однопролетных балок сечения, постоянного по всей длине балки, выполнялись по формуле:

$$k_r = \frac{\lambda_r^2}{l^2} \sqrt{\frac{D}{\mu_0}}, \quad (1)$$

где $r = 1, 2, 3, \dots$ – порядковый номер частоты, который соответствует номеру тона собственных колебаний; l – пролет балки, м; $D = EI$ – жесткость балки, кНм² (E – модуль упругости, кН/м²; I – момент инерции поперечного сечения балки по отношению к нейтральной оси, неизменный по длине балки, м⁴); $\mu_0 = q_0/g$ – погонная масса балки, кНс²/м² (q_0 – погонная нагрузка, кН/м; $g = 9,8$ м/с² – ускорение силы тяжести); λ_r^2 – коэффициент r -й частоты собственных колебаний, квадраты данного параметра указаны в соответствующих справочных данных в зависимости типа закрепления концов балки.

Результаты расчетов приведены на рисунке 2. Можно сделать вывод о том, что первая собственная частота балки при ее жестком закреплении составляет 300 с⁻¹ при длине пролета 3 м; 180 с⁻¹ при длине пролета 4 м; 100 с⁻¹ при длине пролета 5 м. Полученные значения частоты близки к частоте бытовых машин и ремонтного оборудования, которые имеют в своем составе неуравновешенные вращающиеся массы.

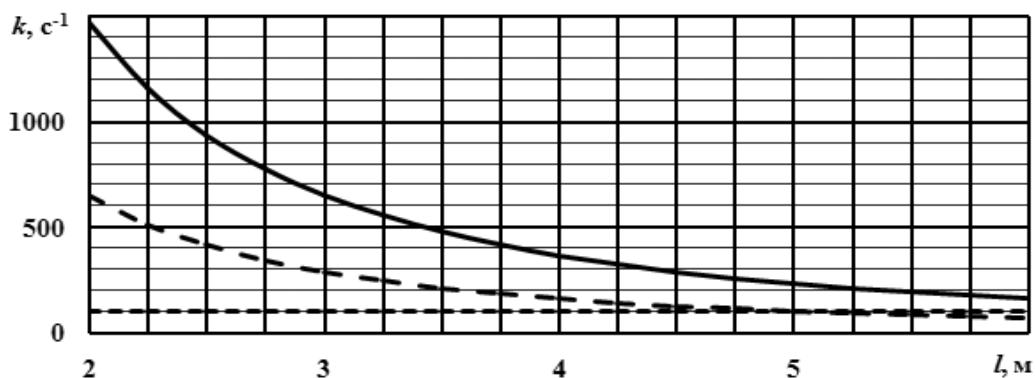


Рис. 2. - Зависимость собственных частот поперечных колебаний k от длины конструкции l : — — — — — 1-я собственная частота (жесткое закрепление); - - - - - 1-я собственная частота (свободное закрепление); - · - · - · - собственная частота колебаний бытовых машин и ремонтного оборудования с неуравновешенными вращающимися массами
Fig. 2. - Dependence of natural frequencies of transverse vibrations k on the length of the structure l : — — — — — 1st natural frequency (rigid fastening); - - - - - 1st natural frequency (free fixation); - · - · - · - natural frequency of oscillations of household machines and repair equipment with unbalanced rotating masses

При определении коэффициента затухания колебаний n в теплоизоляционной составляющей структурной панели с применением данных акустических испытаний, приведенных в соответствующих технических характеристиках, делалось допущение, что время реверберацииратно периоду колебаний:

$$n = \frac{L \ln 10}{10t_2}, \quad (2)$$

где L – уровень звукового давления, t_2 – время реверберации.

Время реверберации t_2 находится с использованием экспериментальных значений реверберационного коэффициента звукопоглощения образца:

$$\alpha_F = b \left[0,78 \left(\frac{0,163V}{Ft_2} - \frac{4mV}{F} \right) - \left(\frac{0,163V}{Ft_1} - \frac{4mV}{F} \right) \right] + \frac{0,163V}{Ft_1} - \frac{4mV}{F}. \quad (3)$$

Здесь V – объем реверберационной камеры; $b = F / F_0$ – отношение площади внутренних поверхностей камеры F к площади поверхности образца F_0 ; t_1 – среднее время реверберации пустой камеры; m – коэффициент звукопоглощения в воздухе. При известном значении t_1 , находится время t_2 и коэффициент затухания колебаний n .

Наиболее неблагоприятные динамические показатели возникают, когда источники колебаний воздействуют на элемент конструкции одновременно. Расчетная схема расположения в здании на одной балке двух источников вибрации – роторов с неуравновешенными массами показана на рисунке 3. Согласно схеме, мы имеем систему тел с тремя степенями свободы. За

обобщенные координаты принимаются: φ_1 и φ_2 – углы поворота роторов; x – отклонение балки от положения равновесия.

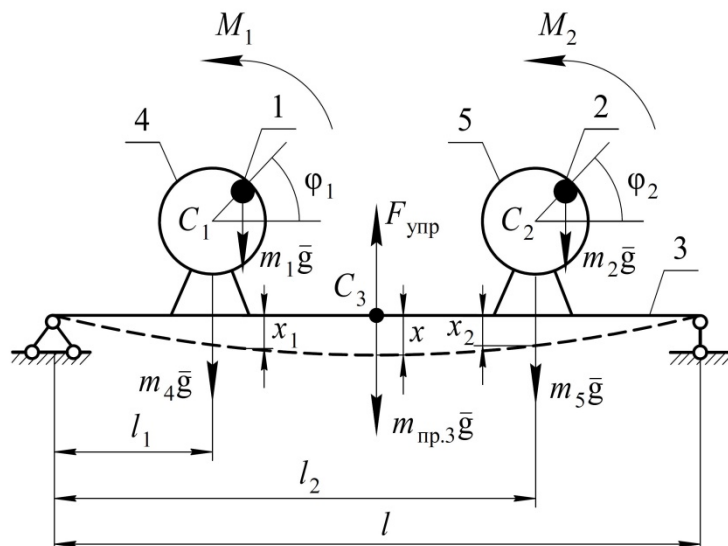


Рис. 3 - Расчетная схема: 1, 2 – неуравновешенные массы роторов; 3 – балка; 4, 5 – роторы машин; M_1, M_2 – вращательные моменты роторов; l, l_1, l_2 – длины; m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 – массы; $F_{упр}$ – сила упругости балки; x, x_1, x_2 – смещения от положения равновесия
Fig. 3 - Calculation scheme: 1, 2 – unbalanced masses of rotors; 3 – beam; 4, 5 – machine rotors; M_1, M_2 – rotational moments of the rotors; l, l_1, l_2 – lengths; m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 – masses; F_{el} is the elastic force of the beam; x, x_1, x_2 – displacements from the equilibrium position

Чтобы составить уравнения движения роторов, используем уравнения Лагранжа второго рода: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i$, где T – кинетическая энергия системы, q_i – обобщенные координаты, \dot{q}_i – обобщенные скорости, Q_i – обобщенные силы ($i = 1, 2, \dots, n$, где n – число степеней свободы). За обобщенные координаты в данной системе принимаем углы поворота роторов φ_1 и φ_2 и смещение балки от начального положения равновесия. Обобщенные силы включают в себя силы тяжести, моменты двигателей, силы упругости балки.

Уравнения Лагранжа для первой формы колебания балки будут иметь вид:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = Q_{\varphi_1}; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = Q_{\varphi_2}; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x. \quad (4)$$

Запишем выражения для кинетической энергии элементов системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5;$$

$$T_1 = \frac{m_1 \cdot \left[(\dot{\varphi}_1 \cdot R_1)^2 + (v_1 \cdot \dot{x})^2 + 2\dot{\varphi}_1 \cdot R_1 \cdot v_1 \cdot \dot{x} \cdot \cos \varphi_1 \right]}{2};$$

$$T_2 = \frac{m_2 \cdot \left[(\dot{\varphi}_2 \cdot R_2)^2 + (v_2 \cdot \dot{x})^2 + 2\dot{\varphi}_2 \cdot R_2 \cdot v_2 \cdot \dot{x} \cdot \cos \varphi_2 \right]}{2};$$

$$T_4 = \frac{m_4 \cdot (v_1 \cdot \dot{x})^2}{2} + \frac{m_4 \cdot (R_1 \cdot \dot{\varphi}_1)^2}{4}; \quad T_5 = \frac{m_5 \cdot (v_2 \cdot \dot{x})^2}{2} + \frac{m_5 \cdot (R_2 \cdot \dot{\varphi}_2)^2}{4}.$$

где R – радиусы роторов; v – линейные скорости; $\dot{\varphi} = \omega$ – угловые скорости; I – моменты инерции роторов.

Скорости и перемещения находятся для первой формы колебаний балки, что соответствует рисунку 2, б. В этом случае кинетическая энергия балки определяется по формуле:

$$T_3 = \frac{\kappa m_3 \dot{x}^2}{2},$$

где κ – постоянное число; m_3 – масса балки.

Таким образом, были получены дифференциальные уравнения движения:

Pushkarev, I.

Natural frequencies of innovative building structures with several vibration sources;

2024; AlfaBuild; 31 Article No 3101. doi: 10.57728/ALF.31.1

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 R_1^2 (m_1 + 0,5m_4) + xR_1 v_1 m_1 \cos \varphi_1 &= M_1 - m_1 g \cos \varphi_1 R_1; \\ \dot{\varphi}_2 R_2^2 (m_2 + 0,5m_5) + xR_2 v_2 m_2 \cos \varphi_2 &= M_2 - m_2 g \cos \varphi_2 R_2; \\ \ddot{x}[v_1^2 (m_1 + m_4) + v_2^2 (m_2 + m_5) + \kappa m_3] + \dot{\varphi}_1 R_1 v_1 m_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 R_1 v_1 m_1 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_2 R_2 v_2 \dot{x} m_2 \cos \varphi_2 - \\ - \dot{\varphi}_2^2 R_2 v_2 \dot{x} m_2 \sin \varphi_2 &= v_1 (m_1 + m_4) g + v_2 (m_2 + m_5) g + m_3 g - F_{\text{упр}} - F_{\text{демп}}. \end{aligned}$$

Для нахождения аналитического решения системы введем допущения, что угловые скорости роторов ω_1 и ω_2 постоянны, откуда $\ddot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi}_2 = 0$.

За начало отсчета принимаем статического равновесия балки под нагрузкой (рис. 2). Тогда уравнение вынужденных колебаний балки будет иметь вид:

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2 x = B \sin \varphi_1 + D \sin \varphi_2, \quad (5)$$

где $B = \dot{\varphi}_1^2 R_1 v_1 m_1 / m_{\text{пр}}$; $D = \dot{\varphi}_2^2 R_2 v_2 \dot{x} m_2 / m_{\text{пр}}$; $m_{\text{пр}} = v_1^2 (m_1 + m_4) + v_2^2 (m_2 + m_5) + \kappa m_3$ – приведенная масса.

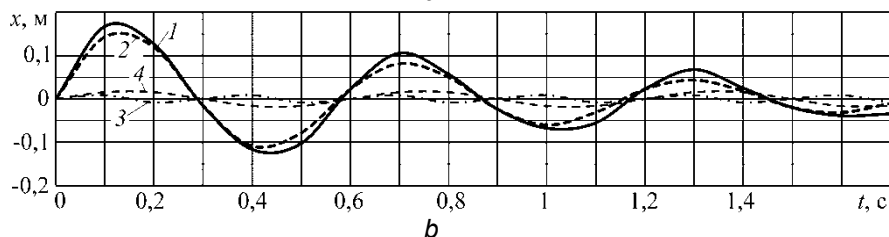
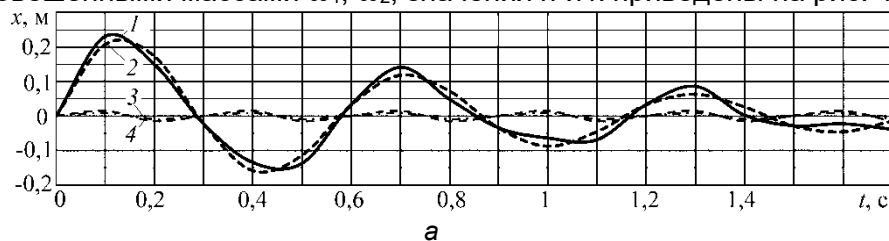
Решение данного дифференциального уравнения состоит из суммы общего и частного решений, где общее решение зависит от соотношения n и k (затухающий или апериодический процесс), а частное решение характеризует вынужденные колебания балки под действием двух источников вибрации с неуравновешенными массами.

3 Результаты и обсуждения / Results and Discussion

Тенденция роста скоростей движения исполнительных механизмов и мощности силовых установок способствует возрастанию колебаний и увеличению вибрационного спектра, действующего на объект защиты. В силу этого факта создается необходимость совершенствования виброзащитных систем и применения новых конструктивных решений.

По результатам исследований построены графики смещения центра масс системы от положения равновесия, которое было вызвано одновременной работой двух роторов с неуравновешенными массами. Для следующих соотношений угловых скоростей роторов ω_1/ω_2 : 1) отношение $\omega_1/\omega_2 = 1$; 2) отношение $\omega_1/\omega_2 = 1,05$; 3) отношение $\omega_1/\omega_2 = 1,1$; 4) отношение $\omega_1/\omega_2 = 1,2$; 5) отношение $\omega_1/\omega_2 = 1,5$; 6) отношение $\omega_1/\omega_2 = 2$. Часть графиков приведена на рис. 4–5.

Исходные данные для построения графиков и получения результатов следующие: масса неуравновешенного элемента первого источника колебаний $m_1 = 3$ кг; масса неуравновешенного элемента второго источника колебаний $m_2 = 4$ кг; масса балки $m_3 = 0,17$ кг; масса первого источника колебаний $m_4 = 70$ кг; масса второго источника колебаний $m_5 = 90$ кг; радиус ротора первого источника колебаний $R_1 = 0,3$ м; радиус ротора второго источника колебаний $R_2 = 0,4$ м; погонная нагрузка балки $q_0 = 551$ Н/м; длина балки $l = 3$ м; $l_1 = l_2 = 1$ м; линейные скорости $v_1 = v_2 = 0,556$; $\kappa = 0,533$; $\dot{\varphi}_1 = \omega_1 = 104,7$ рад/с; $k = 9,19$ с⁻¹ и различных соотношений угловых скоростей роторов с неуравновешенными массами ω_1, ω_2 , значения n и k приведены на рис. 4 и 5.



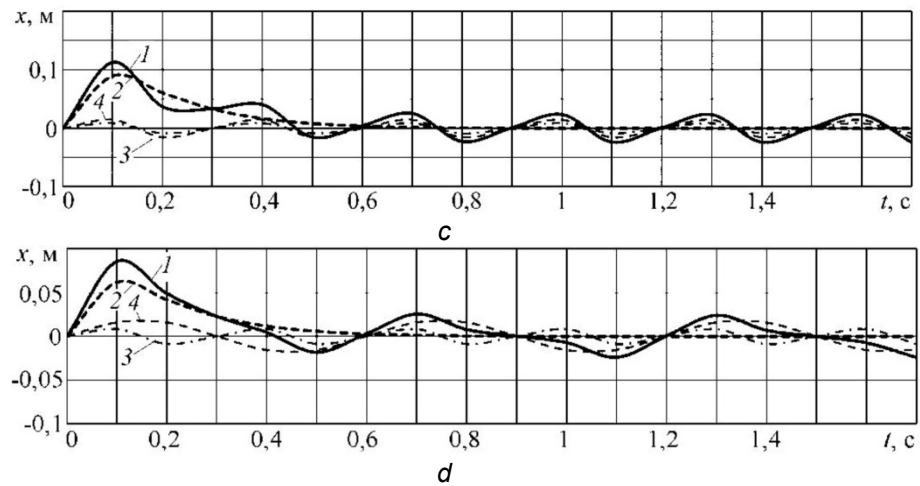


Рис. 4. - Колебания конструкции при одновременной работе источников вибрации: a – $n = 0,1k$, $\omega_1/\omega_2 = 1$; b – $n = 0,1k$, $\omega_1/\omega_2 = 2$; c – $n = 1,1k$, $\omega_1/\omega_2 = 1$; d – $n = 1,1k$, $\omega_1/\omega_2 = 2$; 1 – изменение положения центра масс балки; 2 – затухающая составляющая колебаний балки; 3 – относительное смещение неуравновешенной массы первого источника, 4 – относительное смещение неуравновешенной массы второго источника
Fig. 4. - Vibrations of the structure during simultaneous operation of vibration sources: a – $n = 0,1k$, $\omega_1/\omega_2 = 1$; b – $n = 0,1k$, $\omega_1/\omega_2 = 2$; c – $n = 1,1k$, $\omega_1/\omega_2 = 1$; d – $n = 1,1k$, $\omega_1/\omega_2 = 2$; 1 – change in the position of the center of mass of the beam; 2 – damped component of beam vibrations; 3 – relative displacement of the unbalanced mass of the first source, 4 – relative displacement of the unbalanced mass of the second source

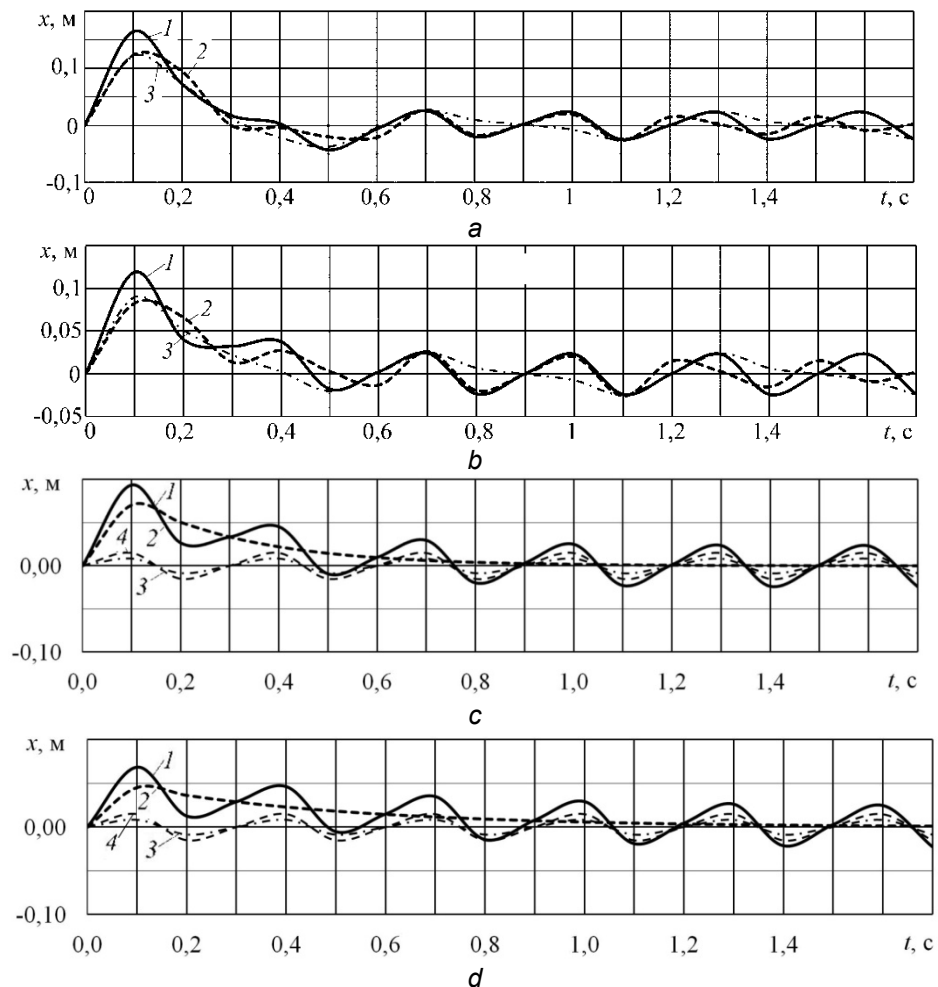


Рис. 5. - Изменение положения центра балки при $n = 0,5k$ (a); $n = k$ (b); $n = 1,5k$ (c); $n = 2k$ (d); и различных соотношениях угловых скоростей источников колебаний: 1 – $\omega_1/\omega_2 = 1$; 2 – $\omega_1/\omega_2 = 1,2$; 3 – $\omega_1/\omega_2 = 1,5$; 4 – $\omega_1/\omega_2 = 2$



Fig. 5. - Change in the position of the center of the beam at $n = 0,5k$ (a); $n = k$ (b); $n = 1,5k$ (c); $n = 2k$ (d); and various ratios of angular velocities of vibration sources: 1 – $\omega_1/\omega_2 = 1$; 2 – $\omega_1/\omega_2 = 1,2$; 3 – $\omega_1/\omega_2 = 1,5$; 4 – $\omega_1/\omega_2 = 2$

Анализируя полученные зависимости, можно сделать вывод, что при коэффициенте затухания, составляющем 0,1 собственной частоты поперечных колебаний k , смещения балки длиной 3 м составляют более 1/15 длины балки. При этом в других примерах данное значение находится в пределах от 1/30 до 1/15, что говорит о невыполнении условия п.15.1 Российского свода правил, включающего описание процессов проектирования 20.13330.2016 Нагрузки и воздействия, и ведет к деформации и разрушению конструкции.

Если коэффициент сопротивления движению мал, и роторы вращаются равномерно с одинаковой угловой скоростью, то вибрационные моменты не изменяют суммарную энергию системы, а перераспределяют подводимую через роторы энергию таким образом, чтобы обеспечивалось синхронное движение вращающихся частей с неуравновешенными массами. В нашем случае эффект самосинхронизации приводит к значительному усилению вибрации механизмов, размещенных на одном основании.

4 Выводы / Conclusions

Предложена схема элемента конструкции с несколькими источниками вибрации. Разработана математическая модель конструкции для определения собственной частоты колебаний в аналитической форме на основе уравнений Лагранжа второго рода. Получены зависимости смещения центра масс системы от положения равновесия, вызванное одновременной работой нескольких источников вибрации. Основные выводы проведенного исследования следующие:

1. Значения первой собственной частоты балки при ее жестком закреплении близки к частоте бытовых двигателей, имеющих вращающиеся части с неуравновешенной массой и возникает опасность возникновения самосинхронизации.
2. Резонансные свойства системы зависят от коэффициента затухания колебаний.
3. При определенных значениях коэффициента затухания амплитуда смещения балки превышает допустимые значения.

Инновационные легкие строительные конструкции обладают неоспоримыми преимуществами перед традиционными, но, наряду с преимуществами, легкий вес увеличивает собственную частоту колебаний частей зданий до величин, близких к рабочим частотам бытовых машин, что при некоторых условиях может привести к резонансу и повреждениям конструкций. Разработанная математическая модель свидетельствует о важности более подробного изучения динамического поведения инновационных строительных конструкций и принятия определенных мер виброзащиты при строительстве зданий и сооружений малой этажности.

References

1. De Rosa, M.A. (2021) Closed-form solutions for vibrations analysis of cracked Timoshenko beams on elastic medium: An analytically approach. *Engineering Structures*, **236**, 111946. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.111946>.
2. Yu, P. (2022) Longitudinal-transverse coupled vibrations of variable-height asymmetric beams: Modeling, analysis, and case study. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **167**, 108504. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2021.108504>.
3. Kirsanov, M. (2020) *Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas*. Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library, Newcastle upon Tyne, GB. <https://www.cambridgescholars.com/product/978-1-5275-5976-9>.
4. Sorokin, V.S., Thomsen, J. J., Brøns, M. (2021) Coupled longitudinal and transverse vibrations of tensioned Euler-Bernoulli beams with general linear boundary conditions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **150**, 107244. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2020.107244>.
5. Anisimov, V.N., Korpen, I.V., Litvinov, V.L. Numerical Study of Longitudinal-Transverse Vibrations of Objects with a Moving Boundary. *Lecture Notes in Networks and Systems*, **424**, 59–69. https://doi.org/10.1007/978-3-030-97020-8_7.



6. Matrosov, A.V. (2019) Computational Peculiarities of the Method of Initial Functions. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), Springer Verlag, 11619 LNCS, 37–51. https://doi.org/10.1007/978-3-030-24289-3_4.
7. Goloskokov, D.P. and Matrosov, A.V. (2018) Approximate Analytical Solutions in the Analysis of Thin Elastic Plates. AIP Conference Proceedings, American Institute of Physics Inc. <https://doi.org/10.1063/1.5034687>.
8. Sazonova, S.A., Asminin, V.F., A.V. (2021) Zvyagintseva Numerical calculation of a statically indeterminate frame by the finite element method. Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations, **2094**, 32030. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2094/3/032030>.
9. Shirokov, V.S. (2023) Influence of compliance of intramodular joints on the natural vibrations frequency of a modular building. Vestnik MGSU [Monthly Journal on Construction and Architecture]. **18**, 1556-1562. <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2023.10.1556-1562>. (In Russ.).
10. Miyazu, Yu. (2022) Evaluation of vibration characteristics of high-damping timber structure based on resonance curve. **87**, 789–798. <https://doi.org/10.3130/aajs.87.789>.
11. Kirsanov, M. (2023) Model of a Hexagonal Prismatic Truss. Oscillation Frequency Spectrum. Construction of Unique Buildings and Structures, **106**, 10601. <https://doi.org/10.4123/CUBS.106.01>.
12. Kirsanov, M.N. The formula for the first natural frequency and the frequency spectrum of a spatial regular truss. Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. **19**, 362–371. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-4-362-371>.
13. Ovsyannikova, V.M. (2020) Dependence of Deformations of a Trapezous Truss Beam on the Number of Panels. Structural Mechanics and Structures, **26**, 13–20. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44110286>.
14. Vorobev, O.V. (2020) Bilateral Analytical Estimation of the First Frequency of a Plane Truss. Construction of Unique Buildings and Structures, **92**, 9204–9204. <https://doi.org/10.18720/CUBS.92.4>.
15. Sviridenko, O. V and Komerzan, E. V. (2022) The Dependence of the Natural Oscillation Frequency of the Console Truss on the Number of Panels. Construction of Unique Buildings and Structures, **101**, 10101. <https://doi.org/10.4123/CUBS.101.1>.
16. Komerzan, E. V., Maslov, A.N. (2023) Estimation of the L-Shaped Spatial Truss Fundamental Frequency Oscillations. Structural Mechanics and Structures, **37**, 35–45. <https://doi.org/10.36622/VSTU.2023.37.2.004>.
17. Zheng, K., Zheng, Ch., Sang J. (2022) Noise-robust blind reverberation time estimation using noise-aware time–frequency masking. Measurement. **192**, 110901. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2022.110901>.
18. Keefe, J. (2022) Examination of reverberation time predictions and measurements / J. Keefe // Journal of the Acoustical Society of America. **152**, A209. <https://doi.org/10.1121/10.0016030>.
19. Farhat, Y., Bustillo, Ju., Achdjian H. (2022) Acoustic reverberation time determination in solid medium. Applied Acoustics. **197**, 108958. <https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2022.108958>.
20. Krylosova D.A., Kuznetsov A.P., Sedova Yu.V., Stankevich N.V. (2023) Self-oscillating systems with controlled phase of external force. Applied Nonlinear Dynamics. **31**, 549–565. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-0030>. (In Russ.).
21. Chen, L., Zeng, Z., Zhang, D., Wang, J. (2022) Vibration Properties of Dual-Rotor Systems under Base Excitation, Mass Unbalance and Gravity. Applied Sciences (Switzerland). **12**. <https://doi.org/10.3390/app12030960>.
22. Korytov, M.S., Shcherbakov, V.S., Titenko, V.V., Pochekueva, I.E. (2021) Oscillations simulation of the vibration protection suspended load with a movable base. Journal of Physics: Conference Series **14**, 012013. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1791/1/012013>.



23. Paimushin, V.N. Makarov, M.V., Chumakova S.F. Forced and Parametric Vibrations of a Composite Plate Caused by Its Resonant Bending Vibrations. *Russian Mathematics*. **66**, 73–80. <https://doi.org/10.3103/s1066369x22100085>.
24. Paimushin, V.N., Firsov, V.A., Gazizullin, R.K., Shishkin, V.M. (2022) Study of Forced Vibrations of a Two-Layer Plate Under Harmonic Load. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. 9–24. https://doi.org/10.1007/978-981-16-8806-5_2.
25. Morozov, N.F. Tovstik, P.E., Tovstik T.P. Bending Vibrations of Multilayered Plates. *Doklady Physics*. **65**, 281–285. <https://doi.org/10.1134/S1028335820080066>.
26. Mityaev, A.E., Kudryavtsev, I.V., Ivanov, V.A. Influence of a center of mass position on beam natural frequencies of vibration. *Journal of Physics: Conference Series*, **1889**, 22119. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1889/2/022119>.