



Research Article

Received: March 6, 2023

Accepted: April 4, 2023

Published: April 11, 2023

ISSN 2658-5553

# Control of the deformation process of bending reinforced concrete elements with organized defects

Balushkin, Alexander Leonidovich<sup>1</sup> <sup>1</sup> Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, Russian FederationCorrespondence: [albalush@mail.ru](mailto:albalush@mail.ru); contact phone [+79036381255](tel:+79036381255)

## Keywords:

Stress and strain concentration factors; Initially organized defect; Cracking; Bending moment-curvature diagram

## Abstract:

**The object of the study** is non-crack-resistant bending reinforced concrete elements in which, during manufacture in a stretched zone, during operation, a system of discrete initial defects is organized in the form of slots or notches. This procedure aims to give the cracking process an organized character, which will decrease deflections and the width of normal cracks. **Method.** A model has been developed for estimating the parameters of the stress-strain state for elements with initial notches, which considers the occurrence of significant distortions in the diagram of relative deformations of concrete in the zone directly adjacent to the deformation concentrators. **Results.** The numerical data of the calculation illustrate the results obtained in the form of resolving equations, the distribution of relative deformations in the section, and the bending stiffness. The data of the performed calculations generally confirm the experimental results obtained on beams and hollow-core slabs with initially organized defects in the form of slots.

## 1 Introduction / Введение

В большинстве стран технология предварительного напряжения арматуры является наиболее эффективной для обеспечения требуемых параметров трещиностойкости и деформативности для изгибаемых железобетонных конструкций.

Существующий альтернативный подход, реализуемый в виде технологии устройства начальных дефектов в виде надрезов, для регулирования параметров напряженно-деформированного состояния (НДС), широко используется во многих видах машиностроения [1], [2], [3], а также в процессе сушки деловой древесины [4]. Подобная технология также реализована в железобетонных конструкциях, подверженных при эксплуатации значительным рискам проявления ударных, взрывных, сейсмических и других особых воздействий. Для безопасной эксплуатации сооружений различного назначения при особых воздействиях в несущих железобетонных конструкциях реализуется адаптивная система с выключающимися связями. При создании подобных конструктивных систем в определенных местах несущего каркаса организуются стыки элементов особого рода, в которых максимально локализуется деформационное воздействие, вызываемое внешними факторами. Специально организуемые концентраторы деформаций устраиваются не везде, а только в некоторых, ключевых стыках несущих элементов. В настоящей работе рассматриваются железобетонные элементы (ЖБЭ), у которых по длине, в растянутой при эксплуатации зоне, организована **система концентраторов**, начальных дефектов в виде щелей или надрезов. ЖБЭ с начальными дефектами, трещинами в сжатой при эксплуатации зоне, рассматривались в работе [5].

В период 2000-2020 гг. исследователями в разных странах были предприняты попытки использовать конструктивный прием по устройству начальных организованных специальных

Balushkin, A.

Control of the deformation process of bending reinforced concrete elements with organized defects; 2023; *AlfaBuild*; 27 Article No 2702. doi: 10.57728/ALF.27.2



дефектов в виде щелей-надрезов при осуществлении железобетонных элементов с обычным армированием [6], [7], [8], [9], [10]. Существуют работы где рассмотрены ЖБЭ с заранее организованными дискретными трещинами [11], [12], [13]. В экспериментальных исследованиях, представленных в работах [14], [15], [16], [17] отмечено, что при деформировании изгибаемых обычных ЖБЭ с заранее организованными трещинами имеет место снижение деформативности и ширины раскрытия нормальных трещин.

Цель настоящей работы создать математическую модель, позволяющую учесть влияние начального дефекта, организованного в бетоне в виде щели или надреза на параметры НДС для сечения с подобным дефектом. Для изгибаемых ЖБЭ предполагается оценить возможность снижения ширины раскрытия нормальных трещин, а также прогибов, стержневых конструкций, имеющих начальные дефекты в виде щелей или надрезов в растянутой при эксплуатации части сечения.

## 2 Materials and Methods / Материалы и методы

**Метод исследования** основан на использовании разрешающих уравнений, полученных для ЖБЭ прямоугольного сечения с учетом дефектов в защитном слое бетона. Наличие подобных несовершенств создает области концентрации напряжений и деформаций в бетоне. При деформировании изгибаемого ЖБЭ с дефектами проявляется эффект депланации бетона.

В процессе деформирования нетрещиностойких изгибаемых ЖБЭ, стохастические трещины возникают, как правило, вблизи дефектов структуры бетона: микротрещин, пор, пустот, дискретных фрагментов заполнителя [18]. На основании принципа минимума потенциальной энергии деформации, в сплошном теле, траектории напряжений должны иметь минимальную длину. В дефектах структуры бетона напряжения не передаются, поэтому траектории напряжений (и соответственно деформаций) вынуждены огибать препятствие в виде дефекта и компенсировать силовое воздействие из-за выключения из работы материала, занятого дефектом. Эффект возникновения локальных возмущений траекторий главных напряжений и деформаций объясняет факт возрастания напряжений и деформаций в области, непосредственно примыкающей к дефекту структуры бетона, а также возникновение депланации, то есть отклонения (искажения) траекторий относительных деформаций по сравнению с подобными областями без дефектов.

### 2.1 Influence of concentrators in the form of narrow slits-notches on SSS /Влияние концентраторов в виде узких щелей-надрезов на НДС

Исследование концентраторов напряжений выполнено в общеизвестных работах Нейбера Г. [19], Петерсона Р. [20]. Применительно к бетонам данный вопрос отражен в работе [21]. Генезис концентраторов напряжений, присутствующих на уровне макроструктуры бетона, определяется типом дефекта. Наибольшую значимость имеют дефекты структуры бетона, имеющие существенную степень остроконечности, приводящие к сильной концентрации деформаций и напряжений.

Степень возрастания напряжений и деформаций у дефекта-надреза учитывается коэффициентом концентрации напряжений  $\alpha_\sigma$  (деформаций  $\alpha_\varepsilon$ ). Термин коэффициент концентрации напряжений широко используется в машиностроении для элементов из металлов или композиционных материалов. В области строительства коэффициент концентрации напряжений также находит применение для оценки свойств строительной керамики, горных пород, скальных грунтов используется для оценки прочности бетона подземных сооружений [22].

В дальнейших расчетах влияние концентраторов оценивается параметром  $\alpha_\sigma = \sigma_{\max} / \sigma_n$ , что трактуется как теоретический коэффициент концентрации напряжений, равный отношению максимального напряжения в зоне концентрации  $\sigma_{\max}$  к номинальному напряжению  $\sigma_n$ , вычисленному по формулам сопротивления материалов (в предположении упругого распределения напряжений) [3], [23]. Для упругой стадии коэффициенты

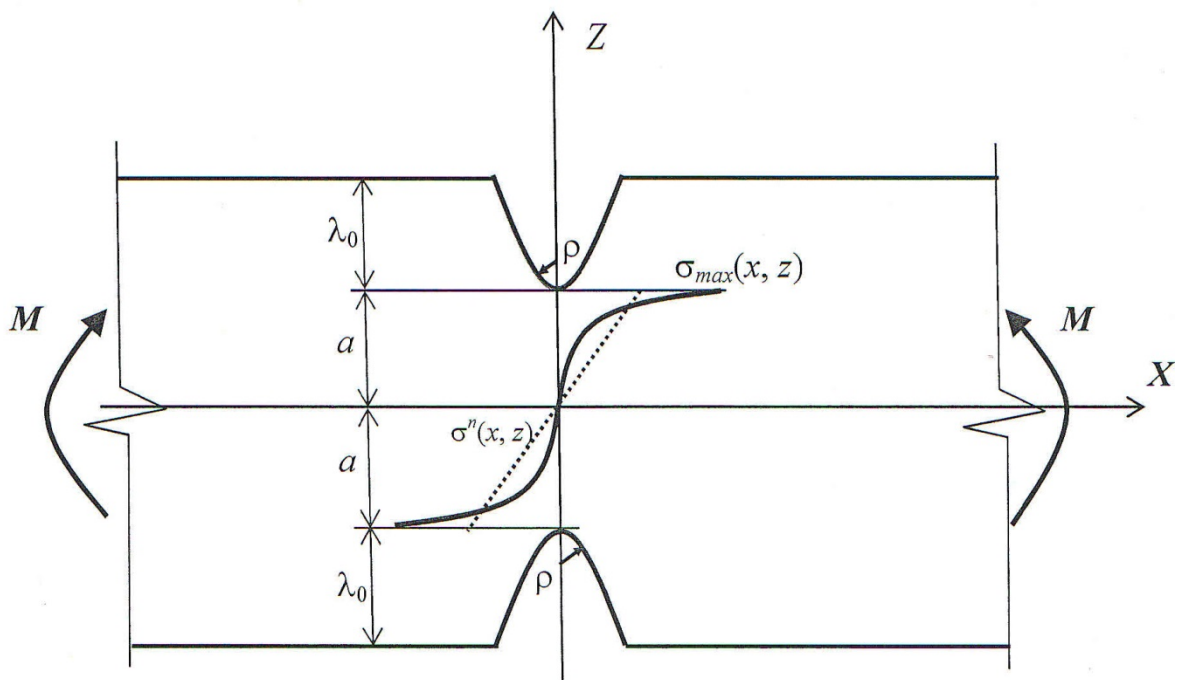
концентрации напряжений и деформаций равны  $\alpha_\sigma = \alpha_\varepsilon$ , тогда коэффициент концентрации относительных деформаций определяется аналогично  $\alpha_\varepsilon = \varepsilon_{\max}/\varepsilon_n$ .

Теоретические значения коэффициентов  $\alpha_\sigma(\alpha_\varepsilon)$  не зависят от физико-механических свойств материала, а определяются геометрией рассматриваемого элемента, способом нагружения и относительными размерами зон концентрации. В дальнейшем принимается, что организованный концентратор деформаций (или напряжений) в дискретном сечении рассматривается как локальный по отношению в целом к ЖБЭ, и размытым по отношению к нормальному сечению, в котором он организован.

Для некоторых видов деформации, вида и характера начального дефекта получены конечные значения коэффициентов концентрации напряжений (деформаций) [19], [20]. В частности, для полосы прямоугольного сечения, имеющей симметричные двусторонние надрезы глубиной  $\lambda_0$ , значение коэффициента концентрации напряжений имеет вид

$$\alpha_\sigma(\alpha_\varepsilon) = \frac{4 \frac{a}{\rho} \sqrt{\frac{a}{\rho}}}{3 \left[ \sqrt{\frac{a}{\rho} + \left( \frac{a}{\rho} - 1 \right) \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a}{\rho}}} \right]} \quad (1)$$

Здесь  $a$  – это полуширина полосы в месте ослабления;  $\rho$  – это радиус кривизны у дна надреза. Данная формула справедлива практически для всех типов надрезов. Характер распределения максимальных напряжений в области, примыкающей к надрезу, представлен в монографии [19].



**Рис. 1.** Характер максимальных нормальных напряжений при изгибе полосы в упругой стадии, имеющей симметричные 2-сторонние надрезы по данным [19].

**Fig. 1.** The nature of the maximum normal stresses during bending of the strip in the elastic stage, which has symmetrical 2-sided notches according to the data of [19].

Информация, представленная на рис. 1, являющаяся результатом вычислений параметров НДС с учетом формулы (1), дает возможность сформулировать рекомендации для учета начального дефекта в виде надреза при моделировании НДС изгибаемых ЖБЭ.

1. Концентрация напряжений всегда носит местный характер и быстро убывает от места ее возникновения, при этом скорость затухания тем больше, чем больше максимальные напряжения в зоне концентрации;



2. Образование зоны повышенных напряжений вблизи очага концентрации всегда сопровождается появлением областей пониженных напряжений;

3. Вследствие закона затухания мелкий односторонний надрез не оказывает влияние на распределение напряжений (деформаций) на другой стороне элемента. Таким образом, формулу (1) можно использовать для оценки  $\alpha_\sigma(\alpha_\varepsilon)$  при изгибе элемента прямоугольного сечения с односторонним надрезом;

4. Напряжения, вычисленные с учетом надреза-концентратора в зоне минимальных напряжений меньше, чем номинальные напряжения. Только в области, непосредственно примыкающей к надрезу, нормальные напряжения, рассчитанные методом теории упругости с учетом концентрации напряжений, превышают номинальные напряжения по величине.

## 2.2 Принципы организации начальных дефектов/ Principles of organization of initial defects

Нетрещиностойкий изгибаемый ЖБЭ при действии эксплуатационной нагрузки - это элемент с стохастическими нормальными трещинами. Параметры трещинообразования: ширина раскрытия дискретной трещины  $a_{crc,i}$ ; расстояние между смежными нормальными трещинами  $l_{crc,i}$ , то есть шаг трещин; общее число дискретных макротрещин в элементе  $n_{crc}$ . Все указанные параметры характеризуются значительным коэффициентом вариации вследствие неоднородности прочностных и деформативных свойств бетона при растяжении по всему объему ЖБЭ. Если трещинообразование в стадии эксплуатации ЖБЭ неизбежно, а технологически оправданно сохранить коэффициент вариации физико-механических характеристик бетона на растяжение на уровне  $v_{bt} \leq 0.165$  [24], в таком элементе можно организовать начальные дефекты, создать концентраторы деформаций (напряжений) для организации последующих трещин по определенному сценарию. Основная цель – это снижение прогиба и ширины раскрытия нормальных трещин, определение наиболее вероятных мест отказа для участков элементов у которых интенсивность изгибающего момента от внешней нагрузки по длине элемента изменяется незначительно.

На основании анализа проведенных экспериментов изгибаемых ЖБЭ с заранее организованными трещинами [8], [13], [15], [16], а также с учетом результатов расчета параметров НДС изгибаемых ЖБЭ с учетом реальных параметров жесткости сцепления с учетом модели составного стержня [25], [26] сформулированы принципы организации дефектов-концентраторов в бетоне.

1. Концентраторы устанавливаются в растянутой в стадии эксплуатации зоне ЖБЭ.

2. Концентраторы в ЖБЭ организуются в **виде надрезов** - вырезов специальным инструментом на готовых изделиях, но целесообразнее **устраивать щели** при изготовлении до бетонирования закладывая пластины из металла или пластика.

3. Щель – надрез выполняется на всю ширину поперечного сечения элемента

4. Толщина щелей – надрезов рекомендованная  $\delta_n = 1 - 2$  мм и назначается не более  $\delta_n < 3$  мм, что соответствует требованиям, представленным в [27].

5. Размер по высоте сечения глубина (высота) единичного надреза  $\lambda_0$ . По данным [11], [14] рекомендуется соблюдать условие по глубине надреза  $\lambda_0 \leq 0.3h$ . Высота щели - надреза постоянная по ширине поперечного сечения элемента. С учетом технологии устройства организованных щелей – трещин глубину надреза целесообразно выполнять в габаритах защитного слоя бетона для арматуры  $A_{s2}$ , то есть  $\lambda_0 \leq a_{защ}$  и  $\lambda_0 \leq 0.1h$ .

6. Радиус кривизны выточки у дна щели - надреза. При организации щелей-надрезов путем установки пластин, имеющих плоские торцевые грани в направлении толщины пластины значение радиуса у вершины (дна) надреза, можно принять как  $r = \sqrt{\lambda_0^2 + \delta_n^2} \approx \lambda_0$ .

7. Шаг щелей - надрезов  $l_n$ . Шаг надрезов определяет шаг трещин ( $l_{crc}$ ) на начальном этапе трещинообразования  $l_n = l_{crc}$ . В стадиях деформирования, близких к



предельным, трещины могут располагаться чаще,  $l_{crc} < l_n$ . Возможны 2 подхода при назначении шага щелей - надрезов, в зависимости от рассчитанной жесткости сцепления (жесткости связей сдвига в ЖБЭ как в составном стержне). Можно рассчитать шаг трещин с учетом фактической жесткости сцепления, при действии максимальной нагрузки на ЖБЭ, и принять  $l_n = l_{crc}$ . Если назначить шаг начальных дефектов  $l_n < l_{crc}$ , получается большее число трещин  $n_n > n_{crc}$ , располагающихся чаще. Это проявление эффекта, повышения жесткости сцепления. Экспериментально подтвержденный факт свидетельствует, что чем чаще идут трещины, тем меньше ширина раскрытия нормальных трещин, меньше скачки углов поворота нормальных сечений с трещиной и соответственно прогибы ЖБЭ.

8. Места расположения надрезов. Глубина надреза по длине элемента  $\lambda_0(x)$ . Целесообразно надрезы по длине элемента назначать разной глубины, чтобы коэффициенты концентрации напряжений (деформаций)  $\alpha_\sigma$  ( $\alpha_\varepsilon$ ) имели разное значение по длине. Дефекты с большими значениями  $\lambda_0(x)$  следует организовать в зонах, где трещины появляются позже, когда  $M(x) > (3-4)M_{crc}$ , чтобы трещины образовывались по длине ЖБЭ примерно одновременно. Данный вопрос требует расчетного обоснования и в данной работе не рассматривается.

### 3 Results and Discussion / Результаты и обсуждение

#### 3.1 Determination of the nominal parameters of the stress-strain state for a section of a reinforced concrete element with an initial notch with a depth of $\lambda_0$ / Определение номинальных параметров НДС для сечения ЖБЭ, имеющего начальный надрез глубиной $\lambda_0$ .

Далее, для получения принципиальных результатов по учету влияния начального дефекта в виде надреза на параметры НДС в сечении, рассматриваются ЖБЭ, имеющие абсолютно жесткое (обеспеченное) сцепление. Для описания механических свойств бетона в качестве диаграммы  $\sigma_b - \varepsilon_b$  используется обобщенная диаграмма Грандтля.

Номинальные относительные деформации растянутого бетона, вычисляются с учетом гипотезы Бернулли. В частности, для волокон в вершине щели или надреза

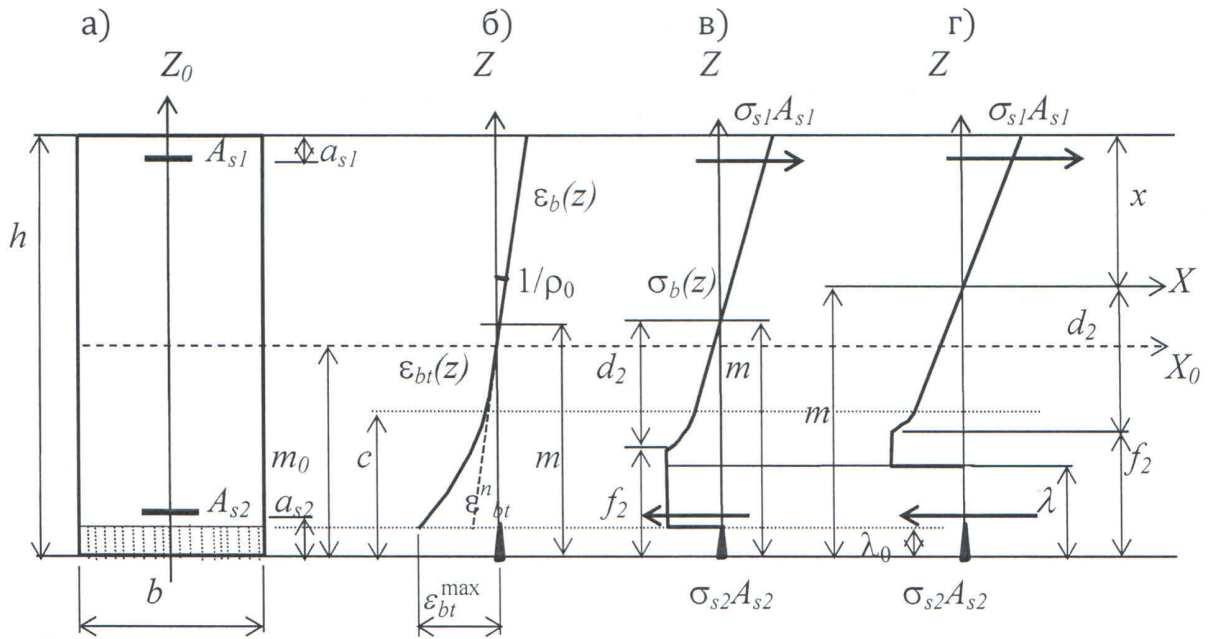
$$\varepsilon_{bt}^n = (m^n - \lambda_0) \left( 1 / \rho^n \right), \quad (2)$$

где  $\frac{1}{\rho^n}$  – градиент относительных деформаций бетона на уровне нейтральной оси для

сплошного сечения и номинальное значение кривизны в случае расчета номинальных значений относительных деформаций;

где  $m^n$  – высота растянутой зоны при учете гипотезы Бернулли;

где  $\lambda_0$  – глубина начального дефекта по высоте сечения ЖБЭ.



**Рис. 2. Характер НДС с номинальными параметрами в сечении с начальным надрезом при упругом, упругопластическом деформировании растянутого бетона и после старта нормальной трещины: а) схема поперечного сечения элемента; б) эпюра относительных деформаций бетона; в) эпюра напряжений с учетом развития неупругих деформаций в растянутом бетоне; г) характер НДС после старта трещины в вершине надреза.**

**Fig. 2. The nature of the SSS with nominal parameters in the section with the initial notch during elastic, elastic-plastic deformation of the stretched concrete and after the start of a normal crack: a) diagram of the cross-section of the element; b) diagram of relative deformations of concrete; c) stress diagram taking into account the development of inelastic deformations in tensile concrete; d) the nature of the SSS after the start of a crack at the notch tip.**

Стадия упругой работы (стадия 1). Положение нейтральной оси определяется по высоте растянутой зоны:

$$\frac{m}{h} \left( 1 - \frac{1}{e_d} \frac{\lambda_0}{h} \right) = \frac{m_0}{h} - \frac{1}{2e_d} \left( \frac{\lambda_0}{h} \right)^2. \quad (3)$$

Зависимость момент–кривизна имеет следующий вид:

$$\frac{M}{M_0 h \rho^{-1}} = \frac{B_e}{2E_b I} \left[ 3 \frac{m_0}{h} \left( \frac{\lambda_0}{h} \right)^2 - \left( \frac{\lambda_0}{h} \right)^3 \right] - 6 \frac{\lambda_0}{h} \left( \frac{m}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right) \left( \frac{m_0}{h} - \frac{1}{2} \frac{\lambda_0}{h} \right). \quad (4)$$

В уравнениях (3) и (4)  $m_0$  – это расстояние от нижней грани до центра тяжести сечения;  $B_e$  – это жесткость сечения при изгибе в упругой стадии. Другие параметры из выражений (3) и (4) определяются по представленным ниже формулам

$$e_d = 1 + k_{s1} + k_{s2}; \quad k_{s1} = E_{s1} A_{s1} / E_b / A_b; \quad k_{s2} = E_{s2} A_{s2} / E_b / A_b; \quad A_b = bh; \quad I = bh^3 / 12; \quad (5)$$

$$M_0 = E_b bh^2 / 6,$$

где  $E_b$  – это начальный модуль упругости бетона;

где  $E_{s1}, A_{s1}; E_{s2}, A_{s2}$  – это параметры армирования, модуль упругости и площадь сечения для арматурных ветвей, расположенных в верхней и нижней зонах сечения соответственно.

Стадия 1 очень короткая, поэтому при деформировании элемента, практически сразу, для сечения с начальным надрезом, имеет место неупругое деформирование в растянутом бетоне.

Процесс нагружения ЖБЭ можно осуществлять в «мягком режиме», увеличивая интенсивность внешнего силового фактора:  $M(x) + \Delta M$ , но большую информативность



имеет «жесткий режим». При вынужденном деформировании возрастает кривизна  $\rho^{-1}(x, z) + \Delta\rho^{-1}$ , что позволяет зафиксировать специфические эффекты на диаграмме момент-кривизна такие как неоднозначность данной зависимости, проявляющейся в стадии образования трещин и затем при деформировании сжатого бетона на нисходящем участке деформирования диаграммы  $\sigma_b - \varepsilon_b$ .

Стадия 1а. Если  $\varepsilon_{bt}^n > \varepsilon_{bt,2} = R_{bt}/E_{bt}$  растянутый бетон деформируется уже неупруго, в таком случае высота растянутой зоны и зависимость момент-кривизна определяются из уравнений, представленных ниже:

$$\frac{m}{h} = \frac{m_0}{h} + \frac{1}{2e_d} \left( \frac{f_2}{h} \right)^2 + \frac{1}{e_d} \frac{d_2}{h} \frac{\lambda_0}{h}, \quad (6)$$

$$\frac{M}{M_0 h \rho^{-1}} = \frac{B_e}{2E_b I} \left( 3 \frac{m_0}{h} \left( \frac{f_2}{h} \right)^2 - \left( \frac{f_2}{h} \right)^3 \right) - 6 \frac{d_2}{h} \frac{\lambda_0}{h} \left( \frac{m_0}{h} - \frac{1}{2} \frac{\lambda_0}{h} \right), \quad (7)$$

где  $f_2$  – это размер части поперечного сечения по высоте, в которой проявляются неупругие деформации в растянутом бетоне.

Когда в вершине надреза относительные деформации растянутого бетона, достигнут величины предельной растяжимости  $\varepsilon_{bt}^n(z = -(m - \lambda_0)) = \varepsilon_{btu}$ , стадия 1а заканчивается.

Учитывая, что, если  $\varepsilon_{bt}^n \rightarrow \varepsilon_{btu}$ , произойдет старт нормальной трещины в вершине надреза. С учетом выражения (8), можно оценить кривизну и изгибающий момент при старте трещины  $M_{crc}$ , который можно вычислить, подставив в выражение (7) кривизну страгивания трещины  $h\rho_{crc}^{-1}$  (9) и значение  $f_{2,crc}$  из (10).

$$\varepsilon_{bt}^n = \varepsilon_{btu} = \left( \frac{m}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right) h \rho_{crc}^{-1}, \quad (8)$$

$$h \rho_{crc}^{-1} = \left[ \varepsilon_{btu} \left( e_d - \frac{\lambda_0}{h} \right) + \sqrt{\left( \varepsilon_{btu} \left( e_d - \frac{\lambda_0}{h} \right) \right)^2 - \left( 2e_d \left( \frac{m_0}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right) + \left( \frac{\lambda_0}{h} \right)^2 \right) (\varepsilon_{btu} - \varepsilon_{bt,2})^2} \right] \times \left[ 2e_d \left( \frac{m_0}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right) + \left( \frac{\lambda_0}{h} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (9)$$

$$\frac{f_{2,crc}}{h} = \frac{\varepsilon_{btu} - \varepsilon_{bt,2}}{h \rho_{crc}^{-1}}. \quad (10)$$

Стадия 2а. После старта трещины в вершине надреза полная высота дискретной трещины определится как  $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$ . Здесь  $\Delta\lambda$  – увеличение высоты дискретной трещины за счет роста момента от внешней нагрузки  $M > M_{crc}$  и кривизны  $\rho^{-1} > \rho_{crc}^{-1}$ . В стадии 2а используется уравнение для определения высоты растянутой зоны

$$\frac{m}{h} = \frac{m_0}{h} + \frac{1}{2e_d} \left( \frac{f_2}{h} \right)^2 + \frac{1}{e_d} \frac{d_2}{h} \frac{\lambda}{h} \quad (11)$$

и зависимость изгибающий момент – кривизна,

$$\frac{M}{M_0 h \rho^{-1}} = \frac{B_e}{2E_b I} \left( 3 \frac{m_0}{h} \left( \frac{f_2}{h} \right)^2 - \left( \frac{f_2}{h} \right)^3 \right) - 6 \frac{d_2}{h} \frac{\lambda}{h} \left( \frac{m_0}{h} - \frac{1}{2} \frac{\lambda}{h} \right), \quad (12)$$

включающие параметр  $\lambda$  – это полная высота растянутого бетона, выключенного из процесса деформирования в сечении с трещиной.

Учитывая соотношения для определения параметров:  $d_2, f_2, \lambda$

$$\frac{d_2}{h} = \frac{\varepsilon_{bt,2}}{h\rho^{-1}}, \frac{f_2}{h} = \frac{m}{h} - \frac{d_2}{h}, \frac{\lambda}{h} = \frac{m}{h} - \frac{\varepsilon_{bt,2}}{h\rho^{-1}}, \quad (13)$$

можно получить зависимость для оценки высоты растянутой зоны –  $m$

$$\frac{m}{h} = e_d - \sqrt{e_d^2 - 2\frac{m_0}{h}e_d - \frac{2\varepsilon_{bt,2}\varepsilon_{bt,2} - \varepsilon_{bt,2}^2}{(h\rho^{-1})^2}}. \quad (14)$$

Зависимости (6), (7) и (11),(12) получены для упругой работы сжатого бетона.

### 3.2 Determination of the parameters of the stress-strain state for a section of a reinforced concrete element with an initial depth notch, taking into account the development of zones of strain concentration $\lambda_0$ / Определение параметров НДС для сечения ЖБЭ, имеющего начальный надрез глубиной $\lambda_0$ с учетом развития зон концентрации деформаций

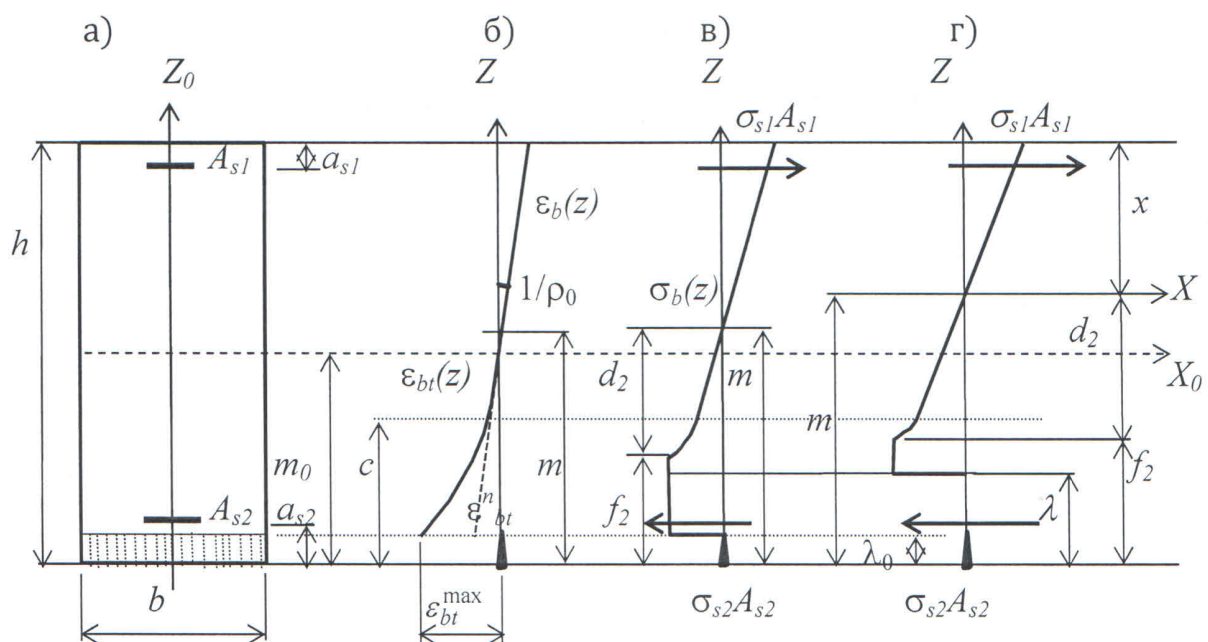


Рис. 3. Характер НДС в сечении ЖБЭ с начальным надрезом при упругом, упругопластическом деформировании растянутого бетона и после старта нормальной трещины: а) схема поперечного сечения элемента; б) эпюра относительных деформаций (нормальных напряжений) бетона; в) эпюра напряжений с учетом развития неупругих деформаций в растянутом бетоне; г) характер НДС после старта трещины в вершине надреза.

Fig. 3. The nature of the SSS in the section of the reinforced concrete element with the initial notch during elastic, elastic-plastic deformation of the stretched concrete and after the start of a normal crack: a) diagram of the cross-section of the element; b) diagram of relative deformations (normal stresses) of concrete; c) stress diagram taking into account the development of inelastic deformations in tensile concrete; d) the nature of the SSS after the start of a crack at the notch tip.

Наличие начального дефекта в виде щели или надреза при деформировании ЖБЭ в области, непосредственно примыкающей к дефекту, создает область концентрации деформаций. В этой зоне гипотеза Бернулли не выполняется, относительные деформации бетона по высоте сечения бетонной ветви распределяются нелинейно. Зона влияния дефекта на напряженно-деформированное состояние сечения ЖБЭ имеет высоту  $c$ . Параметр  $c$  определяется как





$$c = k_\varepsilon \alpha_\varepsilon \lambda_0, \quad (15)$$

где  $c$  – высота зоны развития депланации бетона в сечении [28], где относительные деформации бетона  $\varepsilon_{bt}(z)$  изменяются по высоте нелинейно;

где  $k_\varepsilon$  – масштабный множитель, зависит от вида бетона. В первом приближении можно принять  $k_\varepsilon = 1$ .

В пределах зоны  $c$ , если  $-(m - \lambda_0) < z < -(m - c)$  относительные деформации в бетоне определяются как

$$\varepsilon_b(x, z) = \rho^{-1}(x, z) \cdot z = (\rho^{-1}(x, 0) + \alpha_{bt} z) z = \rho_0^{-1}(x) z + \alpha_{bt} z^2 = \varepsilon_b^{lin}(x, z) + \varepsilon_b^{depl}(x, z), \quad (16)$$

$$\alpha_{bt} = \frac{\alpha_\varepsilon \varepsilon_{bt}^n - (m - \lambda_0) \rho_0^{-1}}{(c - \lambda_0)^2}, \quad (17)$$

где  $\alpha_{bt}$  – параметр, учитывающий влияние концентрации деформаций на характер распределения относительных деформаций бетона по высоте сечения;

где  $\rho^{-1}(x, z)$  – градиент относительных деформаций бетона по высоте сечения элемента, который характеризует распределение относительных деформаций бетона по высоте сечения бетонной ветви. Значение градиента относительных деформаций  $\rho^{-1}(x, z)$  на уровне расположения нейтральной оси, когда  $z = 0$  обозначается как

$$\rho^{-1}(x, 0) = \rho_0^{-1}(x). \quad (18)$$

Данный параметр можно трактовать как «кривизну» (приращение угла поворота сечения по длине ЖБЭ  $\theta'(x)$ ) и оценивать по этому параметру прогибы ЖБЭ. Принять «кривизну» в сечении можно и по значению градиента  $\rho^{-1}(x, z = (m - m_0))$  на уровне центра тяжести бетонной ветви (по геометрической оси стержня), но первый подход удобнее в расчетах.

В формуле (17)  $\alpha_\varepsilon \varepsilon_{bt}^n = \varepsilon_{bt}^{\max}$  – это максимальная относительная деформация в бетоне в вершине надреза. В начале расчета в упругой стадии 1 параметр  $\alpha_{bt}$  можно оценить как

$$\alpha_{bt}^{(1)} = \frac{(\alpha_\varepsilon - 1) \varepsilon_{bt}^n}{(c - \lambda_0)^2}. \quad (19)$$

В дальнейших расчетах принимается условие, что  $c \leq m$ .

При упругом деформировании (**стадия 1**) положение нейтральной оси (высота растянутой зоны  $m$ ) определяется из уравнения

$$\frac{m}{h} \left( 1 - \frac{1}{e_d} \frac{\lambda_0}{h} \right) = \frac{m_0}{h} - \frac{1}{2e_d} \left( \frac{\lambda_0}{h} \right)^2 - \frac{1}{3e_d} \frac{\alpha_{bt} h^2}{h \rho_0^{-1}} \left( \frac{c}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right)^3. \quad (20)$$

Зависимость момент-кривизна для упругой стадии имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{M}{M_0 h \rho_0^{-1}} = \frac{B_e}{2E_b I} & - \left( 3 \frac{m_0}{h} \left( \frac{\lambda_0}{h} \right)^2 - \left( \frac{\lambda_0}{h} \right)^3 \right) - 6 \frac{\lambda_0}{h} \left( \frac{m}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right) \left( \frac{m_0}{h} - \frac{1}{2} \frac{\lambda_0}{h} \right) + \\ & + 2 \frac{\alpha_{bt} h^2}{h \rho_0^{-1}} \left( \frac{c}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right)^3 \left( \frac{m_0}{h} - \frac{\lambda_0}{h} - \frac{1}{4} \left( \frac{c}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right) \right). \end{aligned} \quad (21)$$

Определение параметров НДС в сечении ЖБЭ с начальным надрезом целесообразно начинать со стадии упругой работы 1. В таком случае следует назначить номинальное значение относительной деформации растянутого бетона в вершине надреза  $\varepsilon_{bt}^n \leq \varepsilon_{bt,2} \alpha_\varepsilon^{-1}$ ,

тогда номинальное значение кривизны определяется как  $h \rho_n^{-1} = \varepsilon_{bt}^n \left( \frac{m_n}{h} \right)^{-1}$ , высота



растянутой зоны  $\left(\frac{m_n}{h}\right)$  определяется из уравнения (3). По известным значениям:  $\varepsilon_{bt}^n, \alpha_\varepsilon$  вычисляется параметр  $\alpha_{bt}$  и максимальная относительная деформация в бетоне в вершине надреза  $\varepsilon_{bt}^{\max} = \alpha_\varepsilon \varepsilon_{bt}^n$ . Это дает возможность оценить градиент относительных деформаций  $h\rho_0^{-1}$  из выражения (22) и высоту растянутой зоны  $\frac{m}{h}$  при нелинейном характере распределения относительных деформаций бетона по высоте поперечного сечения из уравнения (20).

$$h\rho_0^{-1} = \frac{\left(1 - \frac{1}{e_d} \frac{\lambda_0}{h}\right) \left[ \varepsilon_{bt}^{\max} - \alpha_{bt} h^2 \left(\frac{c}{h} - \frac{\lambda_0}{h}\right)^2 \right] + \frac{1}{3e_d} \alpha_{bt} h^2 \left(\frac{c}{h} - \frac{\lambda_0}{h}\right)^3}{\frac{m_0}{h} - \frac{1}{2e_d} \left(\frac{\lambda_0}{h}\right)^2 - \frac{\lambda_0}{h} \left(1 - \frac{1}{e_d} \frac{\lambda_0}{h}\right)}. \quad (22)$$

Начальный градиент относительных деформаций  $h\rho_0^{-1}$ , определяющий переход сечения из стадии упругой работы 1 в стадию 1а  $(h\rho_0^{-1})_{1-1a}$ , вычисляется из уравнения (22) при  $\varepsilon_{bt}^{\max} = \varepsilon_{bt,2} = R_{bt}/E_b$ . На основании информации о параметрах  $h\rho_0^{-1}, \frac{m}{h}$ , используя зависимость  $M - \rho_0^{-1}$ , можно получить значения жесткости при изгибе  $B(\rho_0^{-1})$  и момента внутренних сил  $M$ . Далее расчет продолжается при реализации жесткого режима с увеличением параметра  $\rho_0^{-1} = \rho_0^{-1} + \Delta\rho_0^{-1}$ .

При вычислении максимального значения относительной деформации растянутого бетона  $\varepsilon_{bt}^{\max}$  вместо коэффициента концентрации деформаций при упругом деформировании  $\alpha_\varepsilon$  в стадии 1а нужно учитывать аналогичный параметр с учетом развития неупругих деформаций  $K_\varepsilon$ , тогда

$$\varepsilon_b(x, z) = \rho^{-1}(x, z) \cdot z = (\rho_0^{-1}(x, z) + \beta_b z) z = \rho_0^{-1}(x, z) z + \beta_b z^2. \quad (23)$$

Здесь параметр  $\beta_{bt}$  вычисляется как

$$\beta_{bt} = \frac{K_\varepsilon \varepsilon_{bt}^n - (m - \lambda_0) \rho_0^{-1}}{(c - \lambda_0)^2}. \quad (24)$$

Для оценки коэффициентов концентрации напряжений или деформаций при неупругом деформировании бетона  $(K_\sigma; K_\varepsilon)$ , используется подход, основанный на использовании принципа минимума потенциальной энергии деформации. Используя уравнение Г. Нейбера [3], [19]

$$K_\sigma K_\varepsilon = \alpha_\sigma^2, \quad (25)$$

с учетом принятой зависимости  $\sigma_{bt} - \varepsilon_{bt}$  для бетона в виде обобщенной диаграммы Прандтля, представлено выражение для коэффициента концентрации деформаций  $K_\varepsilon$  для упругопластической стадии деформирования. Если  $\varepsilon_{bt}^n \alpha_\varepsilon > \varepsilon_{bt,2}$ , то

$$K_\varepsilon = \alpha_\varepsilon^2 \frac{\varepsilon_{bt}^n}{\varepsilon_{bt,2}}. \quad (26)$$

**В Стадии 1а**, когда  $\varepsilon_{bt}^{\max} > \varepsilon_{bt,2}$ , имеют место следующие уравнения для определения положения нейтральной оси и зависимость момент-кривизна  $(M - \rho^{-1})$ .

Когда  $f_2 \leq c$ , для стадии 1а получаем:

Balushkin, A.

Control of the deformation process of bending reinforced concrete elements with organized defects; 2023; *AlfaBuild*; 27 Article No 2702. doi: 10.57728/ALF.27.2



$$\begin{aligned}
 & \frac{m}{h} \left( 1 - \frac{1}{e_d} \frac{\lambda_0}{h} \right) = \frac{m_0}{h} - \frac{1}{2e_d} \left( \frac{\lambda_0}{h} \right)^2 - \frac{1}{3e_d} \frac{\beta_{bt} h^2}{h \rho_0^{-1}} \left( \frac{c}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right)^3 + \\
 & + \frac{1}{2e_d} \left( \frac{f_2}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right)^2 \left\{ 1 + 2 \frac{\beta_{bt} h^2}{h \rho_0^{-1}} \left\{ \frac{c}{h} - \frac{\lambda_0}{h} - \frac{1}{2} \left( \frac{f_2}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right) \right\} \right\} - \frac{1}{6e_d} \frac{\beta_{bt} h^2}{h \rho_0^{-1}} \left( \frac{f_2}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right)^3; \quad (27) \\
 & \frac{M}{M_0 h \rho_0^{-1}} = \frac{B_e}{2E_b I} - \left( 3 \frac{m_0}{h} \left( \frac{\lambda_0}{h} \right)^2 - \left( \frac{\lambda_0}{h} \right)^3 \right) - 6 \frac{\lambda_0}{h} \left( \frac{m}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right) \left( \frac{m_0}{h} - \frac{1}{2} \frac{\lambda_0}{h} \right) + \\
 & + 2 \frac{\beta_{bt} h^2}{h \rho_0^{-1}} \left( \frac{c}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right)^3 \left( \frac{m_0}{h} - \frac{\lambda_0}{h} - \frac{1}{4} \left( \frac{c}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right) \right) - 3 \left( \frac{f_2}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right)^2 \left( \frac{m_0}{h} - \frac{\lambda_0}{h} - \frac{1}{3} \left( \frac{f_2}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right) \right) + \\
 & + \frac{\beta_{bt} h^2}{h \rho_0^{-1}} \left( \frac{f_2}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right)^3 \left( \frac{m_0}{h} - \frac{\lambda_0}{h} - \frac{1}{2} \left( \frac{f_2}{h} - \frac{\lambda_0}{h} \right) \right). \quad (28)
 \end{aligned}$$

После страгивания вертикальной трещины в вершине надреза при упругой работе бетона в сжатой зоне, для нормального сечения с надрезом, реализуется **стадия 2а**. Для такого типа ЖБЭ характер НДС для сечений между надрезами наиболее вероятно соответствует стадии 1.

При  $f_2 \leq c$  разрешающие уравнения для стадии 2а имеют следующий вид.

$$\begin{aligned}
 & \frac{m}{h} \left( 1 - \frac{1}{e_d} \frac{\lambda}{h} \right) = \frac{m_0}{h} - \frac{1}{2e_d} \left( \frac{\lambda}{h} \right)^2 - \frac{1}{3e_d} \frac{\beta_{bt} h^2}{h \rho_0^{-1}} \left( \frac{c}{h} - \frac{\lambda}{h} \right)^3 + \\
 & + \frac{1}{2e_d} \left( \frac{f_2}{h} - \frac{\lambda}{h} \right)^2 \left\{ 1 + 2 \frac{\beta_{bt} h^2}{h \rho_0^{-1}} \left\{ \frac{c}{h} - \frac{\lambda}{h} - \frac{1}{2} \left( \frac{f_2}{h} - \frac{\lambda}{h} \right) \right\} \right\} - \frac{1}{6e_d} \frac{\beta_{bt} h^2}{h \rho_0^{-1}} \left( \frac{f_2}{h} - \frac{\lambda}{h} \right)^3; \quad (29) \\
 & \frac{M}{M_0 h \rho_0^{-1}} = \frac{B_e}{2E_b I} - \left( 3 \frac{m_0}{h} \left( \frac{\lambda}{h} \right)^2 - \left( \frac{\lambda}{h} \right)^3 \right) - 6 \frac{\lambda}{h} \left( \frac{m}{h} - \frac{\lambda}{h} \right) \left( \frac{m_0}{h} - \frac{1}{2} \frac{\lambda}{h} \right) - \\
 & + 2 \frac{\beta_{bt} h^2}{h \rho_0^{-1}} \left( \frac{c}{h} - \frac{\lambda}{h} \right)^3 \left( \frac{m_0}{h} - \frac{\lambda}{h} - \frac{1}{4} \left( \frac{c}{h} - \frac{\lambda}{h} \right) \right) - 3 \left( \frac{f_2}{h} - \frac{\lambda}{h} \right)^2 \left( \frac{m_0}{h} - \frac{\lambda}{h} - \frac{1}{3} \left( \frac{f_2}{h} - \frac{\lambda}{h} \right) \right) + \\
 & + \frac{\beta_{bt} h^2}{h \rho_0^{-1}} \left( \frac{f_2}{h} - \frac{\lambda}{h} \right)^3 \left( \frac{m_0}{h} - \frac{\lambda}{h} - \frac{1}{2} \left( \frac{f_2}{h} - \frac{\lambda}{h} \right) \right). \quad (30)
 \end{aligned}$$

Параметры, характеризующие размеры упругой и пластической зон по высоте сечения бетонной ветви:  $d_2, f_2$ , а также глубина дискретной трещины  $\lambda$  оцениваются из выражений, которые получены из системы уравнений (31):

$$\left. \begin{aligned}
 & \rho_0^{-1} (m - \lambda) + \beta_{bt} (c - \lambda)^2 = \varepsilon_{btu} \\
 & \rho_0^{-1} (m - f_2) + \beta_{bt} (c - f_2)^2 = \varepsilon_{bt,2}
 \end{aligned} \right\}; \quad (31)$$

$$\frac{f_2}{h} - \frac{\lambda}{h} = \frac{h \rho_0^{-1} + 2 \beta_{bt} h^2 \left( \frac{c}{h} - \frac{\lambda}{h} \right) - \sqrt{\left( h \rho_0^{-1} + 2 \beta_{bt} h^2 \left( \frac{c}{h} - \frac{\lambda}{h} \right) \right)^2 - 4 \beta_{bt} (\varepsilon_{btu} - \varepsilon_{bt,2})}}{2 \beta_{bt} h^2}. \quad (32)$$

В начале счета принимается  $\lambda = \lambda_0$ , затем из уравнения (33) вычисляется глубина трещины  $\lambda$ :



$$\frac{\lambda}{h} = \frac{h\rho_0^{-1} + 2\beta_{bt}h^2\frac{c}{h} - \sqrt{\left(h\rho_0^{-1} + 2\beta_{bt}h^2\frac{c}{h}\right)^2 - 4\beta_{bt}\left(\frac{m}{h}h\rho_0^{-1} + \beta_{bt}h^2\left(\frac{c}{h}\right)^2 - \varepsilon_{btu}\right)}}{2\beta_{bt}h^2}. \quad (33)$$

Уравнения (32) и (33) дают возможность оценить высоту зоны  $f_2$ , в которой бетон работает неупруго. Далее по формулам (34) оценивается высота упругого слоя бетона  $d_2$  и общая высота растянутой зоны сечения  $m$ . Затем, значение  $m$ , полученное из (34) сравнивается со значением  $m$ , полученным из выражения (29) на основании параметров НДС, полученных с предыдущего шага счета.

$$\frac{d_2}{h} = \frac{\varepsilon_{bt,2} - \beta_{bt}h^2\left(\frac{c}{h} - \frac{f_2}{h}\right)^2}{h\rho_0^{-1}}, \quad \frac{m}{h} = \frac{d_2}{h} + \frac{f_2}{h}. \quad (34)$$

Контроль достоверности вычисления параметров НДС в сечении с трещиной осуществляется по значению относительной деформации в вершине трещины, используя первое уравнение системы (31).

## 4. Conclusions / Заключение

**Объектом исследования** являются изгибаемые железобетонные стержневые элементы с обычным армированием, имеющие начальные организованные дефекты в виде щелей или надрезов.

**Метод исследования** основан на использовании разрешающих уравнений, полученных для ЖБЭ прямоугольного сечения с учетом дефектов в защитном слое бетона. Наличие подобных несовершенств создает области концентрации напряжений и деформаций в бетоне. При деформировании изгибаемого ЖБЭ с дефектами проявляется эффект депланации бетона.

На основании полученных выше уравнений были проведены тестовые расчеты параметров НДС в сечении ЖБЭ для «жесткого режима» нагружения – нагружения кривизной.

Параметры сечения ЖБЭ: сечение прямоугольное  $h = 1$ ;  $a_{s2}/h = 0.1$ ; армирование одиночное –  $A_{s2}$   $\mu_{s2} = 0.01$ , сцепление арматуры с бетоном принято обеспеченное – абсолютно жесткое;  $E_b = 3 \cdot 10^4$  МПа;  $E_s = 3 \cdot 10^5$  МПа;  $R_{bt} = 1.6$  МПа;  $\varepsilon_{btu} = 1.6 \cdot 10^{-4}$ . Положение центра тяжести приведенного сечения  $m_0/h = 0.475$ . Глубина начального дефекта надреза – щели  $\lambda_0/h = a_{s2}/h = 0.1$ . Радиус кривизны щели в вершине  $r = 0.1$ . Коэффициент концентрации напряжений (деформаций) рассчитан по формуле (1),  $\alpha_\sigma = \alpha_\varepsilon = 1.958$ . Коэффициент для бетона  $k = 1.25$ . Высота зоны сечения, в которой развились депланации бетона  $c/h = k\alpha_\varepsilon(\lambda_0/h) = 0.2447$ . Обозначения исходных параметров для расчета приняты по [24].

**1. Проведенный расчет относительных деформаций бетона  $\varepsilon_b(z)$  в сечении ЖБЭ до страгивания нормальной трещины (рис. 4) подтверждает факт, что в сечении с начальным дефектом в виде надреза относительные деформации бетона в растянутой зоне меньше, чем аналогичные номинальные значения  $\varepsilon_{bt}^n(z)$  и даже несколько меньше, чем относительные деформации для сечения без надреза.**

**2. Наличие начального дефекта в виде надреза приводит к существенному смягчению эффекта «внутренней неустойчивости» сечения: наличии области неоднозначности на графике  $M - 1/\rho_0$ , что проявляется в уменьшении прироста градиента относительных деформаций  $h(\Delta 1/\rho^n)$  сразу после страгивания трещины, и соответственно в снижении прогибов при дальнейшем деформировании. Это**

подтверждено расчетными данными на рис. 5 и экспериментальными исследованиями [8], [13], [15], [16].

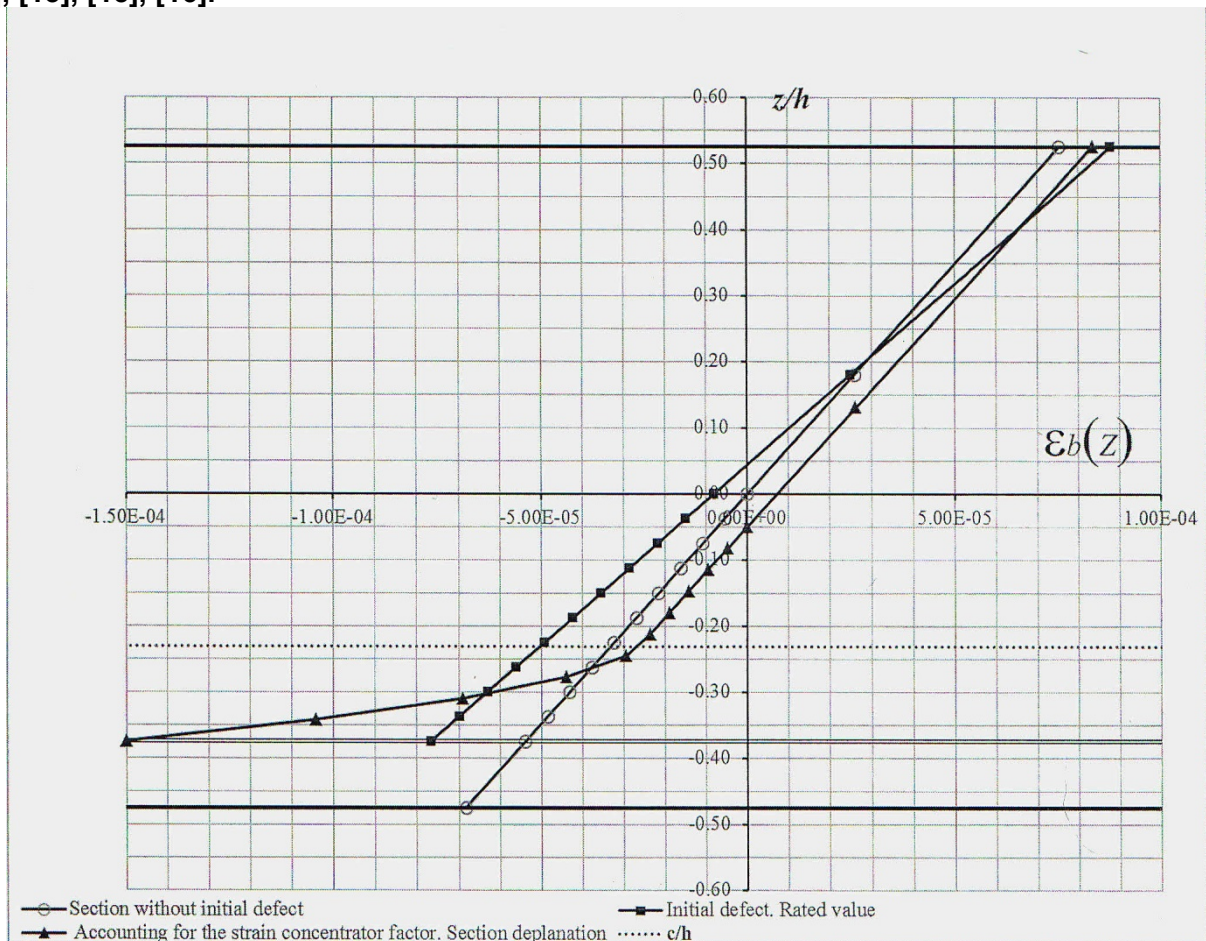


Рис. 4. Распределение относительных деформаций бетона по высоте сечения бетонной ветви перед страгиванием трещины  $\lambda_0 = a_{s2}$ .

Fig. 4. Distribution of relative deformations of concrete along the height of the section of the concrete branch before the crack starts  $\lambda_0 = a_{s2}$ .

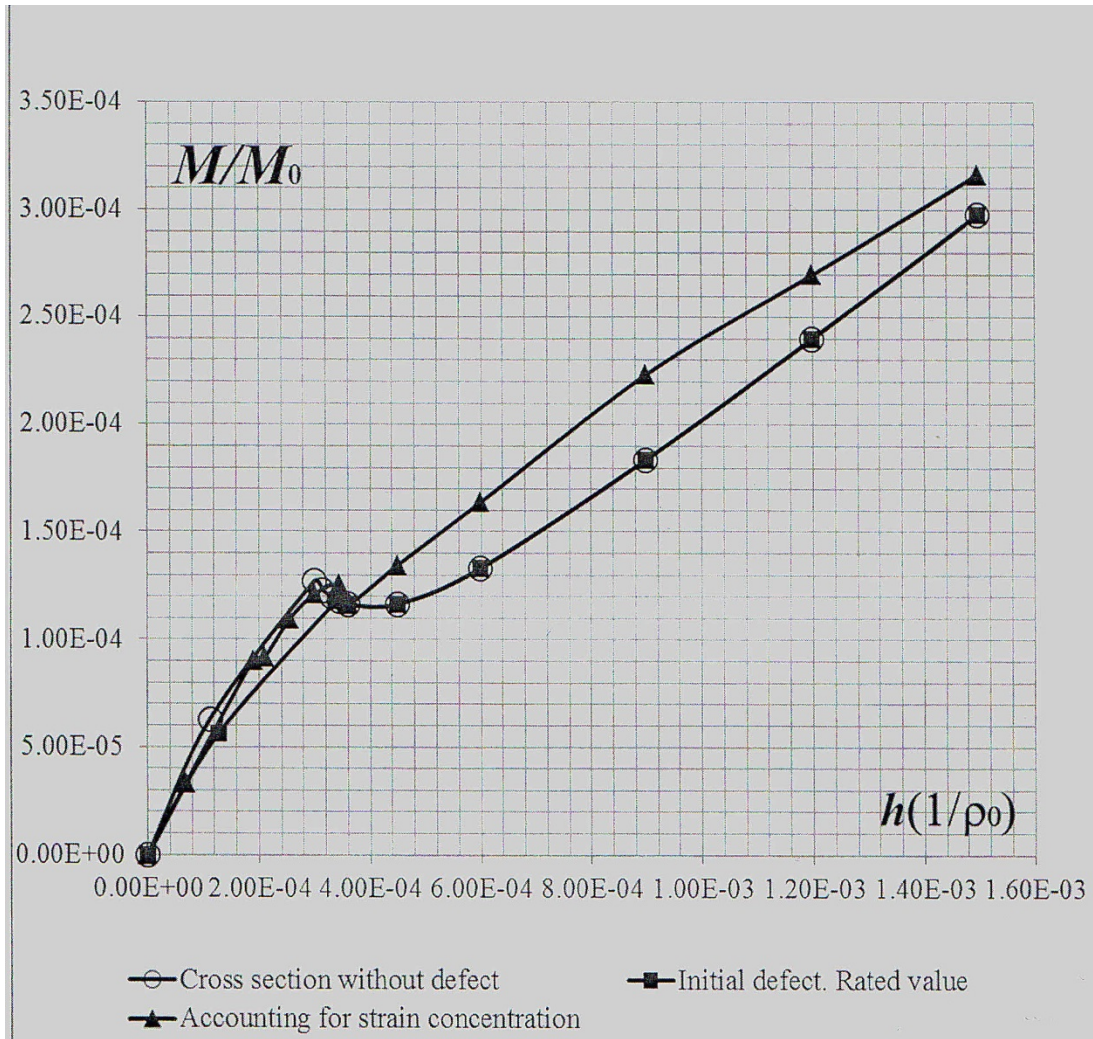


Рис. 5. Диаграммы изгибающий момент-кривизна, построенные по разным расчетным моделям.

Fig. 5. Diagrams bending moment-curvature, built on different calculation models.

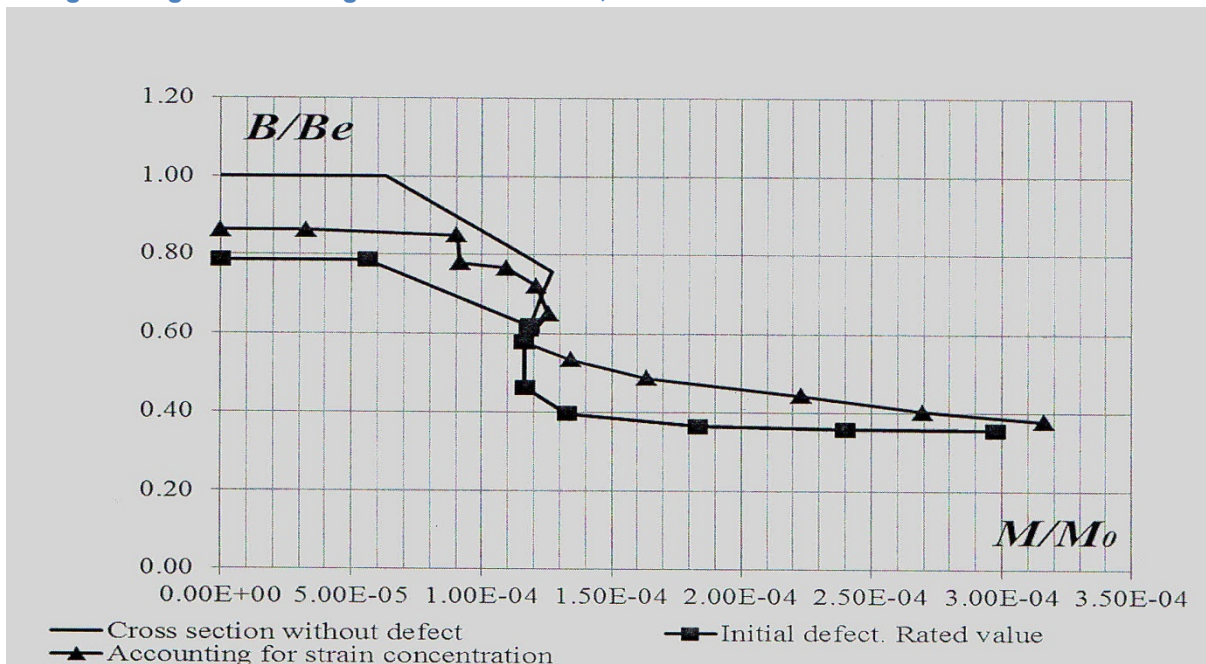
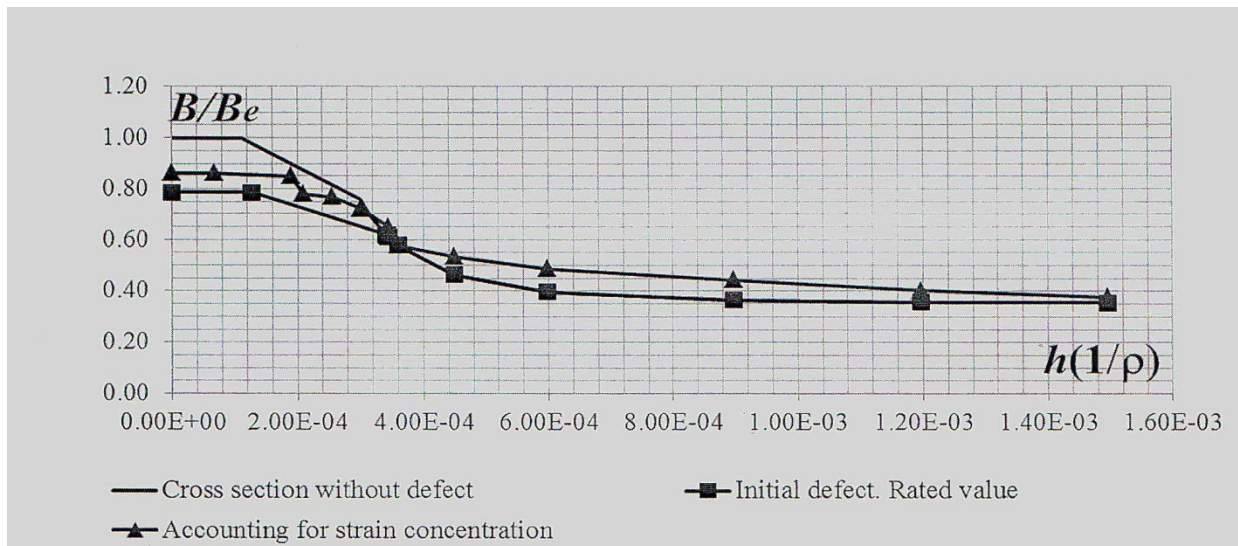


Рис. 6. Характер изменения жесткости сечения при изгибе в процессе деформирования

Fig. 6. The nature of the change in the stiffness of the section during bending in the process of deformation



**Рис. 7. Изменение жесткости при изгибе в процессе жесткого режима нагружения**  
**Fig. 7. Change in bending stiffness during the hard loading regime**

3. После образования нормальных трещин жесткость при изгибе в сечении при учете нелинейного распределения относительных деформаций в растянутом бетоне выше, чем номинальные значения жесткости в среднем на 17% для всего расчетного диапазона деформирования (рис. 7). Этот факт подтверждает экспериментально полученные данные о меньшем значении прогибов в ЖБЭ с заранее организованными дефектами в виде щелей (надрезов) в сравнении с ЖБЭ без начальных дефектов.

4. Номинальное значение прогиба и прогиб с учетом проявления концентрации относительных деформаций бетона, должен вычисляться с учетом значения градиента относительных деформаций на уровне нейтральной оси:  $1/\rho^n$  для номинальной кривизны и  $\rho^{-1}(x, z = 0) = \rho_0^{-1}(x)$  для сечения с начальным дефектом.

## References

1. Sukhinin V.P., Pugacheva T.N. (2012) Analysis of the assessment of stress and strain concentration factors in thermal relief grooves of steam turbine rotors. Energy and heat engineering processes and equipment, 8, 68-75. <https://studfile.net/preview/4049915/page:7/>
2. Usmanova E.A. (2011) Calculation assessment of the bearing capacity of tee and lap welded joints with frontal seams, taking into account stress concentration. Bulletin of SUSU, series "Metallurgy", 16(14), 55-58. <https://cyberleninka.ru/article/n/raschetnaya-otsenka-nesuschey-sposobnosti-tavrovyyh-i-nahlestochnyh-svarnyh-soedineniy-s-lobovymi-shvami-s-uchetom-kontsentratsii/viewer>
3. Mennanov E.M., Bugaevsky D.A. (2016) The influence of the effective coefficient of stress concentration on strength of welded structures. Construction and industrial safety, 2(54), 23-26. <https://stroyjournal-asa.ru/index.php/asa/issue/view/53/>
4. Lomakin A.D. (2013) Shrinkage cracks in wall logs and beams. Construction Materials, 9, 42-44. <https://cyberleninka.ru/article/n/usushechnye-treschiny-v-stenovyh-brevnah-i-brusyah/viewer>
5. Kurnavina S.O., I.V. Tsatsulin I.V. (2021) The influence of unclosed cracks in compressed zone of concrete on the bearing capacity of bending reinforced concrete elements. Construction and reconstruction, 2(94), 28-38. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-94-2-28-38>
6. Orlova M.A. (2010) Tests of reinforced concrete beams with initial cracks Part 1. Setting up and conducting an experiment. Housing construction, 8, 39-42. <https://cyberleninka.ru/article/n/ispytaniya-zhelezobetonnyh-balok-s-nachalnymi-treschinami-chast-1-postanovka-i-provedenie-eksperimenta>
7. Orlova M.A. (2010) Tests of reinforced concrete beams with initial cracks Part 2. Results of the experiment. Housing construction, 9, 38-42. <https://cyberleninka.ru/article/n/ispytaniya-zhelezobetonnyh-balok-s-nachalnymi-treschinami-chast-2-rezultaty-eksperimenta>

Balushkin, A.

Control of the deformation process of bending reinforced concrete elements with organized defects; 2023; *AlfaBuild*; 27 Article No 2702. doi: 10.57728/ALF.27.2



8. Mikhailova N.S. (2007) Experiment investigation of reinforced concrete beams without cracks and with a crack organized beforehand. *Izvestia vuzov. Stroitel'stvo [News of Higher Educational Institutions. Developments]*, 4, 110-113  
<http://izvuzstr.sibstrin.ru/uploads/publication/fulltext/4-2007.pdf>
9. Jia K., Gao N., Wang P., Stewart L., Arsona C. Finite Element model of concrete repaired by High Molecular Weight Methacrylate (HMWM) School of Civil and Environmental Engineering, Georgia Institute of Technology, USA, 2021. 43 p.
10. Wiggerhauser H., Köpp C., Timofeev J., Azar H. (2018) Controlled Creating of Cracks in Concrete for Non-destructive Testing. *Journal of Nondestructive Evaluation*, 37(3), 66-74.  
<https://doi.org/10.1007/s10921-018-0517-x>
11. Golovin N.G., Bedov A.I., Silantiev A.S., Voronov A.A. (2013) Calculation of crack resistance of monolithic reinforced concrete structures of multi-story buildings, taking into account the development of shrinkage deformations. *Vestnik MGSU*, 10, 36-42. <http://nso-journal-03.mgsu.ru/ru/component/sjarchive/issue/issue.display/2013/10>
12. Mitasov V.M., Logunova M.A. (2015) Structures with preformed cracks. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*, (1), 115-121. (In Russ.)  
<https://www.elib.tomsk.ru/elib/data/2017/2017-0723-01/2017-0723-01.pdf>
13. Tamrazyan A.G., Orlova M.A. (2015) Stress-strain state of concrete bending elements with cracks. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*, (6), 98-105. (In Russ.)  
<https://cyberleninka.ru/article/n/eksperimentalnye-issledovaniya-napryazhenno-deformirovannogo-sostoyaniya-zhelezobetonnyh-izqibaemyh-elementov-s-treschinami>
14. Mitasov V.M., Logunova M.A., Statsenko N.V. (2016) Precracking Effect on Deformation of Reinforced Concrete Elements. *Of Tomsk State University of Architecture and Building*, (2), 139-147. (In Russ.) <https://vestnik.tsuab.ru/jour/issue/view/9>
15. Chhom A., Kurobanov A.M., Sametov F.K. (2017) The influence of the pre-organized cracks in the tensile zone of the reinforced concrete beam under statically short-term loading. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal*, (6(58)), 132-139. (In Russ.)  
[http://doi.org/10.26518/2071-7296-2017-6\(58\)-132-139](http://doi.org/10.26518/2071-7296-2017-6(58)-132-139).
16. Mitasov V.M., Logunova M.A., Statsenko N.V. (2017) New approaches to solving problems of deformation of reinforced concrete structures with cracks. *Izvestiya vuzov. Investments. Construction. Real Estate*, 7(1), 77-83. [http://journals.istu.edu/izvestia\\_invest/archive/](http://journals.istu.edu/izvestia_invest/archive/)
17. Mitasov V.M., Statsenko N.V., Sametov F.K., Kurbonov A.M. (2019) Crack strength of hollow core slabs: Experimental research. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal*, 16(3), 366-377. (In Russ.) <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2019-3-366-377>.
18. ACI Committee 224. Control of cracking in concrete structures, ACI 224R-80. *Concrete International*, 2001. 46 p. [http://civilwares.free.fr/ACI/MCP04/224R\\_01.pdf](http://civilwares.free.fr/ACI/MCP04/224R_01.pdf)
19. Neuber. H. Theory of Notch Stresses, Office of Technical Services, U.S. Department of Commerce, Washington, DC, 1961. 181p. <https://lib-bkm.ru/10993>
20. Pilkey W. D. Peterson's Stress Concentration Factors, Wiley, New York, 1997.  
<https://zlibrary.to/pdfs/petersons-stress-concentration-factors-2>
21. Selyaev V.P., P.V. Selyaev P.V., Kechutkina E.L. (2016) Evolution of the Theory of Concrete Strength. From Simple to Complex. *Construction Materials*, 12, 70-79.  
<https://doi.org/10.31659/0585-430X-2016-744-12-70-79>
22. SP 91.13330.2012 Underground mine workings. URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200095532>
23. GOST 25.504-82 "Strength calculation and testing. Methods of fatigue strength behavior calculation". URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200012858>.
24. SP 63.13330.2018 Betonnye i zhelezobetonnye konstruksii. Osnovnye polozheniia SNiP 52-01-2003. Moscow. Minstroï Rossii, 2019. 150 s. <https://docs.cntd.ru/document/554403082>
25. Balushkin A.L. Features of modeling cracking process in reinforced concrete designs in a stage close to destruction. *Bulletin of Civil Engineers*. 2010. No 3(24). Pp.49-54.  
<https://vestnik.spbgasu.ru/archive/2010-09>
26. Balushkin A.L. Usage of built-up model for forecasting ultimate conditions of exploited reinforced concrete structures. *Bulletin of Civil Engineers*. 2011. No 1(26). Pp.44-49.  
<https://vestnik.spbgasu.ru/magazine-issue/no-1-26-mart-2011-vestnik-grazhdanskih-inzhenerov>
27. GOST 29167-91 "Concrete. The determination methods of fracture toughness characteristics" URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200003353>.

Balushkin, A.

Control of the deformation process of bending reinforced concrete elements with organized defects; 2023; *AlfaBuild*; 27 Article No 2702. doi: 10.57728/ALF.27.2





28. Balushkin A.L. (2019) Features of application of bimoment theory of V.Z. Vlasov in the calculations of reinforced concrete bar structures. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, IOP Publishing, **666**, <https://doi:10.1088/1757-899X/666/1/012080>