



Research Article
Received: July 8, 2021

Accepted: July 10, 2021

ISSN 2658-5553
Published: July 24, 2021

Simplified Strain Curve Fit Algorithm

Shikin Konstantin Sergeevich^{1*}

¹ Moscow Power Engineering Institute, Moscow, Russian Federation

Correspondence: * email kostya.shikin@mail.ru; contact phone [+79165396926](tel:+79165396926)

Keywords:

Approximation; Deformation curve; Conditional yield stress; Conditional tensile strength; Lambert function

Abstract:

Manufacturing includes the stage of product verification calculation. At this stage, it is important to have accurate, as close as possible to real mechanical or other characteristics, depending on the type of verification calculation. **The object of research** is identifying the parameters of the deformation curve of a metal or alloy. A method of constructing a hardening curve is considered, which makes it possible to reduce the number of operations required for this. The study is carried out on the example of a heat-resistant nickel alloy. **Method.** A method of constructing a hardening curve on a deformation curve is considered an approximation by three parameters: conditional yield stress, ultimate conditional strength, and static modulus of elasticity. The power-law approximation is carried out. A mathematical method of power approximation is used. **Results.** The average relative error of the approximating curve concerning the considered experimental curves does not exceed 1.56%

1 Introduction / Введение

Металлы проникли практически во все сферы жизни и промышленности, начиная с простых столовых приборов, канцелярии, детских конструкторов и заканчивая сложными изделиями, устройствами и конструкциями, такими как производственное оборудование, каркас зданий и сооружений. Также важно, что металл остается основным материалом при производстве различных транспортных средств, наземных, водных и летательных [1]. Говоря о ценности металлов и сплавов в современном мире, стоит упомянуть не только широкую область применения, но и высокие темпы производства во всем мире [2], [3]. Только новых автомобилей с 2018 по 2020 производилось в среднем по 87 млн. в год [4]. Сегодняшнее время следует характеризовать, как эпоху больших скоростей, высоких температур и давлений, поэтому производимое оборудование, транспортные средства, здания и сооружения должны обладать соответствующим уровнем надежности и безопасности [5]–[7]. Устройство, конструкция или даже обычная деталь прежде, чем быть произведенной и введенной в эксплуатацию, значительное время проектируется. Процесс проектирования складывается из многих этапов: составление технического задания, расчет, конструирование, изготовление и испытание опытных образцов, разработка технологической документации, разработка эксплуатационной документации и другие. Наиболее значимыми являются расчет и конструирование. Прогресс не стоит на месте, происходит постоянная модификация и оптимизация технологических процессов, в связи с этим проводилось исследование, **цель** которого заключалась в упрощении процесса построения кривой деформирования. **Объектом исследования** представленной статьи является идентификация параметров кривой деформирования металла или сплава. Рассматривается способ построения кривой упрочнения, позволяющий снизить количество требующихся для этого операций для упрощения разработки эксплуатационной документации. **Задачами исследования** являются: анализ нового метода упрощенной аппроксимации кривой деформирования, проверка точности его применения.

В процессе проектирования деталей для этапа составления технической документации необходимы высокие затраты ресурсов времени и опытных образцов. Например, в [8] проводится 39 испытаний для исследования циклической долговечности, а в [9] проводится испытание 71 образца для



исследования деформационной способности конструкционной стали. В случаях с меньшим количеством затрачиваемых ресурсов необходимо больше расчетных данных. Так в [10] в процессе итераций с анализом методом конечных элементов строятся истинные кривые деформирования. Приведенные методы и способы для определения механических характеристик являются время- и ресурсозатратными. Таким образом, [8]–[10], а также [11]–[13] не предлагают эффективного по времени и затратам ресурсов способа определения механических характеристик. В данной работе рассматривается метод, позволяющий значительно сократить ресурсы, необходимые для построения кривой деформирования. Рассматривается способ построения кривой упрочнения на кривой деформирования, как аппроксимация по трем параметрам: условный предел текучести, условный предел прочности, статический модуль упругости. Метод основывается на анализе профильной литературы, изучении и обобщении сведений и сравнении с данными, полученными расчетным путем.

Проверочный расчет сводится к определению фактических напряжений, коэффициентов запаса прочности, действительных прогибов, углов поворота сечений, температуры, ресурса при заданной нагрузке или допустимой нагрузке при заданных размерах и других параметров. Учитывая сложность современных конструкций и деталей, в особенности транспортных средств, в большинстве случаев расчет не может быть проведен аналитически и требуется применение вычислительных программ. Для проведения корректного расчета необходимо точно знать механические, тепловые, усталостные или другие характеристики применяемого материала в зависимости от критерия, по которому оценивается надежность изделия.

Таким образом, в данной работе описан способ, позволяющий провести аппроксимацию кривой упрочнения на кривой деформирования при одноосном растяжении при ограниченных исходных данных на примере жаропрочного никелевого сплава. Аппроксимация проведена по значениям модуля упругости E , условного предела текучести $\sigma_{0.2}$ и условного предела прочности σ_B .

В таблицах 1-2 представлены исходные данные, по которым проводилось исследование. В таблице 1 представлены истинные кривые деформирования, полученные экспериментальным путем, для различных температур жаропрочного никелевого сплава до σ_B .

Table 1. Average deformation curves for 400 °C - 600 °C

Таблица 1. Средние кривые деформирования для 400 °C - 600 °C

400 °C		500 °C		600 °C	
Strain, mm/mm	Stress, MPa	Strain, mm/mm	Stress, MPa	Strain, mm/mm	Stress, MPa
0.0000	0	0.0000	0	0.0000	0
0.0058	789	0.0064	792	0.0062	791
0.0066	835	0.0073	829	0.0070	827
0.0075	857	0.0081	851	0.0079	851
0.0084	879	0.0090	877	0.0087	871
0.0163	955	0.0171	950	0.0205	945
0.0242	1000	0.0251	995	0.0321	1004
0.0320	1029	0.0331	1004	0.0436	1048
0.0398	1062	0.0410	1043	0.0549	1077

В таблице 2 представлены механические характеристики, полученные экспериментальным путем, рассматриваемого жаропрочного никелевого сплава для различных температур.

Table 2. Mechanical properties superalloy to 400 °C - 600 °C

Таблица 2. Механические характеристики жаропрочного сплава для 400 °C - 600 °C

$T, ^\circ\text{C}$	Mechanical characteristics						
	E, GPa	σ_{nc}, MPa	$\sigma_{0.2}, \text{MPa}$	σ_B, MPa	ϵ_B	$\delta, \%$	$\Psi, \%$
400	136	785	873	1020	0.0406	5.28	6.64
500	123	785	873	1001	0.0418	5.98	7.14
600	127	785	863	1020	0.0564	7.02	11.97

Требовалось рассмотреть эффективный способ аппроксимации, провести аппроксимацию экспериментальных кривых, и оценить точность проведенного исследования.



Объект исследования – идентификация параметров кривой деформирования металла или сплава.

Цель исследования – упрощение процесса построения кривой деформирования с целью экономии времени и затрачиваемых ресурсов.

Задачами исследования являются: анализ нового метода упрощённой аппроксимации кривой деформирования, проведение степенной аппроксимации, проверка точности применения метода в сравнении с экспериментальными данными.

2 Materials and methods / Материалы и методы

2.1 Theoretical basis / Теоретические основы

Основной опыт для определения механических свойств – одноосное растяжение образцов металла, сплава или другого материала. Результатами опыта считается зависимость между напряжениями и деформациями в образце материала. При проведении опытов с растяжением образцов выявляются свойства упругости и пластичности, общие свойства конструкционных материалов [14]. Зависимость между напряжениями и деформациями может быть представлена в виде инженерной (условной), а также истинной кривой деформирования [15]–[19].

Инженерная (условная) кривая строится как зависимость условного напряжения от условной деформации, которые могут быть определены по формулам [20]

$$\sigma_{eng} = P / F_0, \quad (1)$$

$$\varepsilon_{eng} = \Delta l / l_0, \quad (2)$$

где P – усилие во время растяжения образца, F_0 – начальная площадь поперечного сечения рабочей части испытываемого образца, Δl – удлинение образца, l_0 – начальная длина рабочей части образца. Истинная кривая строится как зависимость истинного напряжения от истинной деформации, которые определяются по формулам [20]

$$\sigma_{real} = P / F, \quad (3)$$

$$\varepsilon_{real} = \ln(l / l_0), \quad (4)$$

где F – наименьшая площадь поперечного сечения рабочей части образца в данный момент времени, l – длина рабочей части образца в данный момент времени. Истинная кривая может быть получена из инженерной по формулам [20], [21]

$$\sigma_{real} = \sigma_{eng} (1 + \varepsilon_{eng}), \quad (5)$$

$$\varepsilon_{real} = \ln(1 + \varepsilon_{eng}). \quad (6)$$

На рисунке 1 представлены истинная и условная кривая деформирования, а также характерный вид образца определенным моментом испытания. Максимальное усилие при проведении испытания образца на растяжение соответствует точкам B_0 и B на условной и истинной кривой соответственно [20].

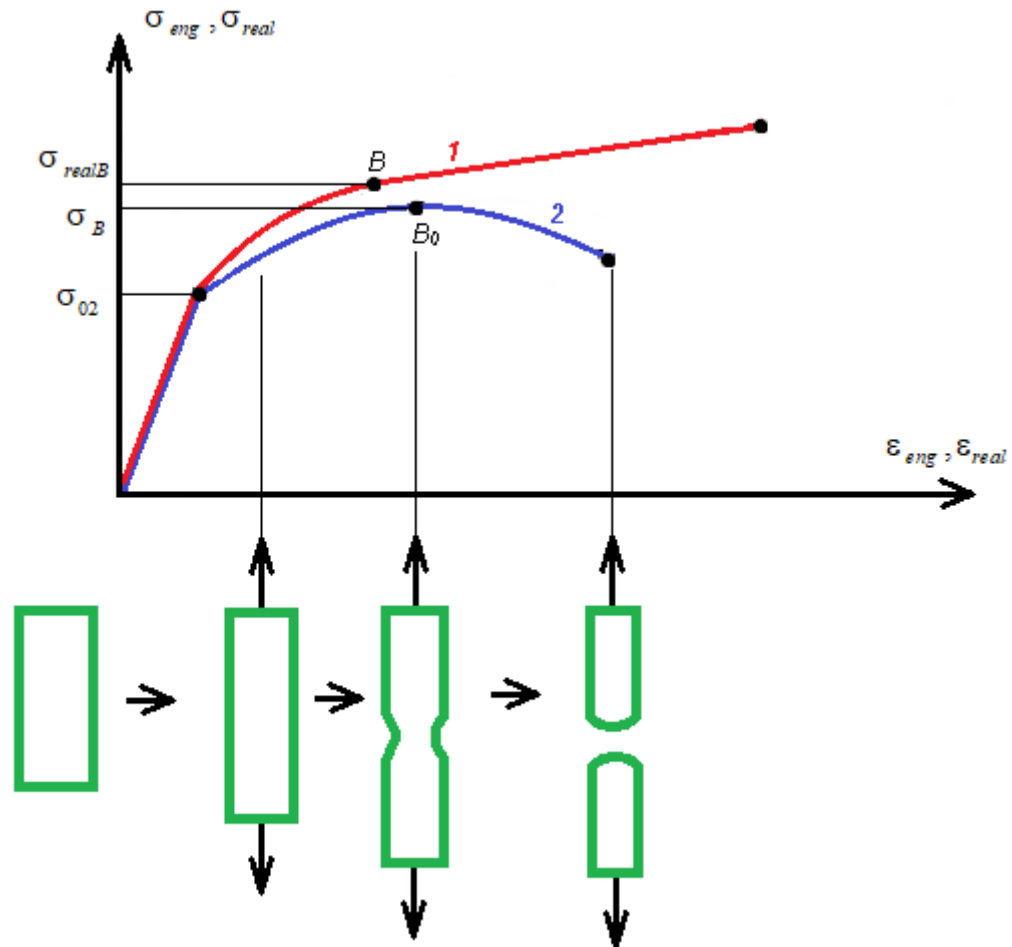


Fig. 1 - True (1) and engineering (2) deformation diagrams

Рис. 1 – Истинная (1) и условная (2) диаграммы деформирования

Далее рассматривается аппроксимация кривой упрочнения до начала образования шейки при растяжении, точки B (B_0).

При отсутствии экспериментальных данных или для упрощения можно аппроксимировать кривую упрочнения [22]. Существуют разные модели, описывающие процесс упрочнения. Адекватность определенной аппроксимации зависит от области применения. Например, для случая малоуглеродистой стали, деформации которой ожидаются до точки B , идеально-пластическая модель может обеспечить приемлемое решение [23]–[25]. На рисунке 2 представлены модели простого вида, описывающие упрощенный процесс деформирования.

На рисунке 2 представлены модели твердого тела:

- идеально-пластическая среда;
- жесткопластическая среда с линейным упрочнением;
- идеальная упругопластическая среда;
- упругопластическая среда с линейным упрочнением;
- упругопластическая среда с нелинейным упрочнением.

При больших пластических деформациях и упругой разгрузке целесообразно применять модель упругопластической среды с нелинейным упрочнением [26]–[29]. Также важен вид аппроксимации кривой упрочнения.

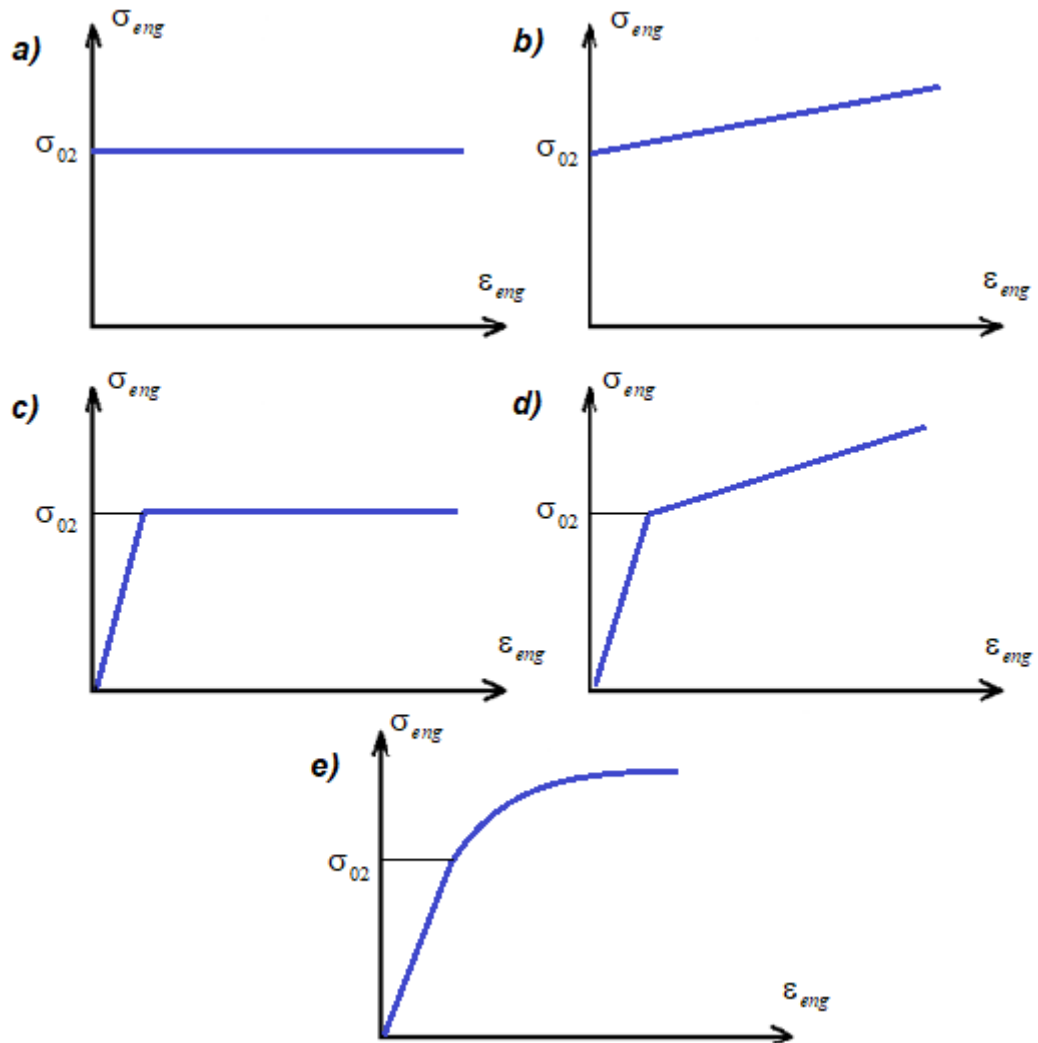


Fig. 2 - Solid body models

Рис. 2 – Модели твердого тела

В исходных кривых деформирования в зоне упрочнения напряжение течения сравнительно сильно возрастает на начальных стадиях деформации, в дальнейшем интенсивность упрочнения плавно уменьшается, а далее с ростом деформаций почти не изменяется. Такие кривые хорошо аппроксимируются степенной зависимостью [29]

$$\sigma_s = \sigma_{s1} \cdot \varepsilon_1^n, \quad (7)$$

где σ_{s1} – напряжение течения при $\varepsilon_1^n = 1$; n – показатель деформационного упрочнения.

Также данная аппроксимация хорошо описывает кривые упрочнения конструкционных и углеродистых сталей, многих высоколегированных сталей, железа, алюминия и его сплавов, меди, титана и большинства его сплавов, легких металлов и ряда труднодеформируемых металлов и их сплавов [29].

3 Results and Discussion / Результаты и выводы

3.1 Method of approximation / Методика аппроксимации

В данной работе рассматривается степенная аппроксимация, которая представляет собой зависимость истинного напряжения от пластической составляющей истинной деформации

$$\sigma_{real} = \sigma_{realB} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{real}^p}{\varepsilon_{realB}^p} \right)^n, \quad (8)$$

где ε_{realB}^p – значение истинной пластической деформации, соответствующей условному пределу прочности; σ_{realB} – истинное напряжение, соответствующее условному пределу прочности; p – здесь и далее верхний индекс показывает пластическую составляющую.

Аппроксимация (формула 8) строится на основе аппроксимации параболой, которая выводится в соответствии с понятием удельной работы разрушения рассматриваемого элемента материала, и подробно разобрана в [29]

$$\sigma_{real} = \sigma_p \cdot \left(\frac{\varepsilon_{real}}{\varepsilon_{realP}} \right)^n, \quad (9)$$

где ε_{realP} – истинное предельное удлинение; σ_p – истинный предел прочности, соответствующий моменту разрушения. Подробнее на рисунке 3 [29].

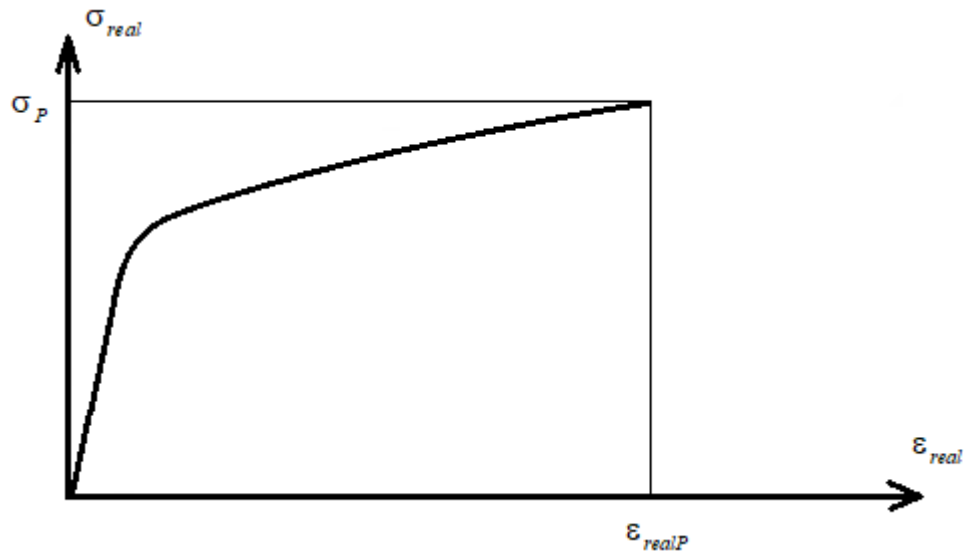


Fig. 3 - Diagram of deformation in true coordinates

Рис. 3 – Диаграмма деформирования в истинных координатах

По [2] в соответствии с рисунком 1 в момент достижения максимального усилия, точка $B (B_0)$, выполняется соотношение постоянства усилия

$$dP = d\sigma_{real} \cdot F + \sigma_{real} \cdot dF = 0. \quad (10)$$

Также выполняется условие постоянства объема

$$d(F \cdot l) = dF \cdot l + F \cdot dl = 0. \quad (11)$$

Из соотношений 10-11 вытекает равенство для точки потери устойчивости $B (B_0)$

$$\sigma_{realB} = \frac{d\sigma_{real}}{d\varepsilon_{real}} \approx \frac{d\sigma_{real}}{d\varepsilon_{real}^p}. \quad (12)$$

Проводится аппроксимация кривых упрочнения для исходных кривых деформирования по формуле 8. Принятые допущения: пренебрегается упругая деформация, которая к моменту начала локализации деформаций значительно меньше пластической составляющей, таким образом, $\varepsilon_{realB}^e \ll \varepsilon_{realB}^p$ и $\varepsilon_{realB} = \varepsilon_{realB}^p$; пренебрегается относительно небольшая разница в значениях истинного и условного предела текучести и считается одной точкой σ_{02} . Выше надстрочные индексы e и p обозначают соответственно упругую и пластическую составляющие. Выражение формулы 8 дифференцируется в соответствии с допущениями, описанными выше, и формулой 12, и преобразуется в равенство

$$\frac{d\sigma_{real}}{d\varepsilon_{real}} \approx \frac{d\sigma_{real}}{d\varepsilon_{real}^p} = n \cdot \sigma_{realB} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_{realB}^p} \right) \cdot \left(\frac{\varepsilon_{real}}{\varepsilon_{realB}^p} \right)^{n-1} = \sigma_{realB}. \quad (13)$$

Соотношение 13 выполняется для точки B , с учетом этого очевидно определяется равенство



$$\varepsilon_{realB}^p = n. \quad (14)$$

С учетом равенства 14 и допущений соотношение 8 принимает вид

$$\sigma_{real} = \sigma_{realB} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{real}^p}{n} \right)^n. \quad (15)$$

Для точки B с учетом формул 5-6, а также равенства 14 получается выражение для истинного напряжения, соответствующего условному пределу прочности

$$\sigma_{realB} = \sigma_B \cdot e^n, \quad (16)$$

где e – основание натурального логарифма.

С учетом равенства 16 аппроксимация по формуле 15 принимает вид

$$\sigma_{real} = \sigma_B \cdot \left(e \cdot \frac{\varepsilon_{real}^p}{n} \right)^n, \quad (17)$$

Рассматривая точку условного предела текучести σ_{02} для соотношение 17 получено уравнение

$$\sigma_{02} = \sigma_B \cdot \left(e \cdot \frac{0,002}{n} \right)^n. \quad (18)$$

3.2 Lambert function / Функция Ламберта

Соотношение (18) является трансцендентным уравнением. Его решение относительно показателя деформационного упрочнения n может быть получено в форме функции Ламберта W [30], [31] преобразованиями

$$\begin{aligned} \left(\frac{n}{e \cdot 0.002} \right)^n &= \frac{\sigma_B}{\sigma_{02}} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{n}{e \cdot 0.002} &= \left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}} \right)^{\frac{1}{n}} \rightarrow \\ \rightarrow \ln \left(\frac{n}{e \cdot 0.002} \right) &= \ln \left(\left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}} \right)^{\frac{1}{n}} \right) \rightarrow \\ \rightarrow \ln \left(\frac{n}{e \cdot 0.002} \right) &= \frac{\ln \left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}} \right)}{n} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{n}{e \cdot 0.002} &= e^{\frac{\ln \left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}} \right)}{n}} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{\ln \left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}} \right)}{e \cdot 0.002} &= \frac{\ln \left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}} \right)}{n} \cdot e^{\frac{\ln \left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}} \right)}{n}} \rightarrow \\ \rightarrow W \left(\frac{\ln \left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}} \right)}{e \cdot 0.002} \right) &= \frac{\ln \left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}} \right)}{n}. \end{aligned} \quad (19)$$

Таким образом, показатель деформационного упрочнения n может быть выражен из соотношения 19 по формуле

Shikin, K.S.

Simplified strain curve fit algorithm;

2021; *AlfaBuild*; 18 Article No 1803. doi: 10.34910/ALF.18.3

$$n = \frac{\ln\left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}}\right)}{W\left(\frac{\ln\left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}}\right)}{e \cdot 0,002}\right)}. \quad (20)$$

Функция Ламберта W является многозначной на интервале $\left(-\frac{1}{e}, 0\right)$. На рисунке 4 представлены две ветви W_0 и W_{-1} для вещественных значений параметра z функции Ламберта W .

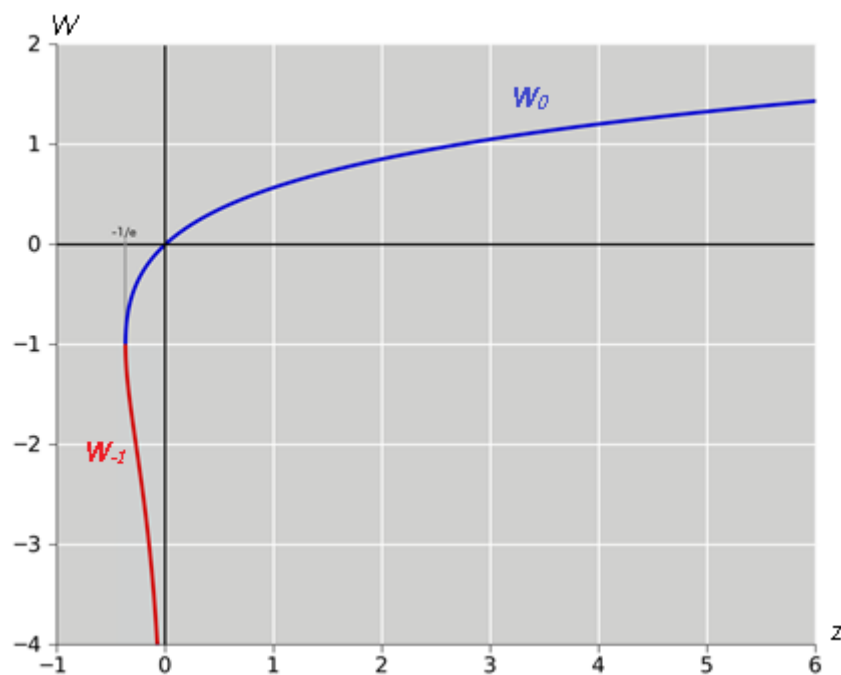


Fig. 4 - Two branches of the Lambert function W_0 и W_{-1}

Рис. 4 – Две ветви функции Ламберта W_0 и W_{-1}

Проведена оценка диапазона значений n . Из уравнения (20) видно, что n зависит только от предела прочности σ_B и предела текучести σ_{02} , так как остальные величины константы. В исходных данных значение σ_B всегда больше σ_{02} , причем не сильно больше. Поэтому отношение $\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}}$ принимается на интервале $(1, 2)$. С учетом этого параметр z функции Ламберта W , определяемый формулой

$$z = \frac{\ln\left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}}\right)}{e \cdot 0.002} \quad (21)$$

принимает значения на интервале $(0, 128)$. Так как в рассматриваемой задаче значение величины z больше нуля, то функция Ламберта W принимает значения только главной ветви W_0 , и выражение (20) для показателя деформационного упрочнения принимает вид



$$n = \frac{\ln\left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}}\right)}{W_0 \left(\frac{\ln\left(\frac{\sigma_B}{\sigma_{02}}\right)}{e \cdot 0.002} \right)}. \quad (22)$$

Значения функции Ламберта W рассчитаны инструментами MAPLE по материалам [32], [33].

Таким образом, с учетом всех преобразований и допущений аппроксимация кривой упрочнения осуществляется по формуле

$$\sigma_{real} = \sigma_B \cdot \left(e \cdot \frac{\varepsilon_{real}^p}{n} \right)^n, \quad (23)$$

неизвестная величина n в которой однозначно определяется по формуле (22). При этом полные деформации на уровне напряжений σ_{real} определяются по формуле

$$\varepsilon_{real} = \varepsilon_{real}^p + \frac{\sigma_{real}}{E}. \quad (24)$$

3.3 Results / Результаты

В таблице 3 представлены результаты расчетов величины n , параметра z и соответствующего ему числа Ламберта W_0 по формулам (21-22).

Table 3. Results of calculating intermediate values of the approximating curve

Таблица 3. Результаты расчета промежуточных величин аппроксимирующей кривой

Parameters	Temperature, °C		
	400	500	600
z	28.65	25.08	30.73
W_0	2.46	2.36	2.51
n	0.0634	0.0577	0.0667

В таблице 4 представлены аппроксимированные истинные кривые упрочнения.

Table 4. Approximation of hardening curves

Таблица 4. Аппроксимация кривых упрочнения

400 °C		500 °C		600 °C	
Strain, mm/mm	Stress, MPa	Strain, mm/mm	Stress, MPa	Strain, mm/mm	Stress, MPa
0.0083	871	0.0089	870	0.0086	859
0.0164	962	0.0171	955	0.0208	978
0.0242	999	0.025	988	0.0322	1019
0.032	1023	0.0331	1010	0.0436	1045
0.0396	1041	0.0409	1026	0.0548	1065

На рисунке 5 в качестве примера представлено построение истинных экспериментальной кривой упрочнения и кривой, полученной аппроксимацией для температуры испытаний 400 °C.

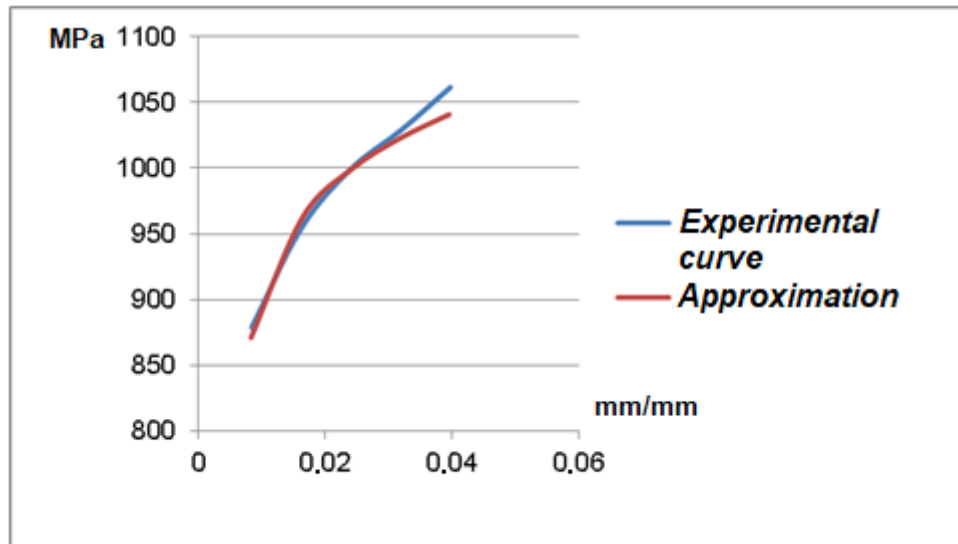


Fig. 5 - Experimental and approximating true hardening curves

Рис. 5 – Экспериментальная и аппроксимирующая истинные кривые упрочнения

Определена относительная погрешность полученных кривых для каждой температуры по формулам

$$\Delta_{rel}^{\varepsilon} = \frac{|\sigma_{exp}^{\varepsilon} - \sigma_{appr}^{\varepsilon}|}{\sigma_{exp}^{\varepsilon}}, \quad (25)$$

$$\Delta_{rel}^{mid} = \frac{\sum_{i=1}^k \Delta_{rel}^k}{k}. \quad (26)$$

где $\Delta_{rel}^{\varepsilon}$ – относительная погрешность напряжений на уровне деформаций ε ; $\sigma_{exp}^{\varepsilon}$ – напряжения экспериментальной кривой на уровне деформаций ε ; $\sigma_{appr}^{\varepsilon}$ – напряжения кривой, полученной аппроксимацией, на уровне деформаций ε ; Δ_{rel}^{mid} – средняя погрешность кривой упрочнения. В таблице 5 представлены значения относительных погрешностей кривых, полученных аппроксимацией, относительно экспериментальных кривых.

Table 5. Relative error of curves

Таблица 5. Относительная ошибка кривых

Error	Temperature, °C		
	400	500	600
Maximum $\Delta_{rel}^{\varepsilon}$, %	1.96	1.72	3.52
Middle Δ_{rel}^{mid} , %	0.85	0.87	1.56

В соответствии с данными таблицы 5 максимальная относительная ошибка не превышает 3,52 % для исходных экспериментальных кривых, при этом среднее значение ошибки на всей кривой упрочнения не превышает 1,56 %. Полученные данные показывают хорошую точность и качество рассмотренной аппроксимации.

4 Conclusions / Заключение

Дана методика построения кривой упрочнения по значениям модуля упругости, условного предела текучести и условного предела прочности. Данная методика применяется и сравнивается с экспериментальными данными. В ходе проведения аппроксимации решается трансцендентное уравнение с помощью функции Ламберта. Значения функции Ламберта вычисляются в программном комплексе Maple.



Приведенная аппроксимация имеет достаточно простой вывод и обладает достаточно высокой точностью. Максимальная относительная ошибка аппроксимации не превышает 3.52%, средняя – 1.56% для имеющихся экспериментальных данных.

Аппроксимация позволяет получить кривую упрочнения при ограниченных исходных данных материала, которую можно рекомендовать для расчетов.

References

1. Bałon, P., Rejman, E., Świątoniowski, A., Kielbasa, B., Smusz, R., Szostak, J., Cieślik, J., Kowalski, Ł. Thin-walled integral constructions in aircraft industry. *Procedia Manufacturing*. 2020. 47. Pp. 498–504. DOI:10.1016/j.promfg.2020.04.153.
2. Ko, M.G., Lee, G., Kim, C., Lee, Y., Ko, J., Song, H.J. Dielectric/metal/dielectric selective reflector for improved energy efficiency of building integrated bifacial c-Si photovoltaic modules. *Current Applied Physics*. 2021. 21. Pp. 101–106. DOI:10.1016/j.cap.2020.10.008.
3. Dyshlyuk, L., Babich, O., Ivanova, S., Vasilchenko, N., Prosekov, A., Sukhikh, S. Suspensions of metal nanoparticles as a basis for protection of internal surfaces of building structures from biodegradation. *Case Studies in Construction Materials*. 2020. 12. Pp. e00319. DOI:10.1016/j.cscm.2019.e00319.
4. Kumar, H.G.P., Xavior, M.A. Composite Materials Production for Automobile Applications. Reference Module in Materials Science and Materials Engineering. Elsevier, 2021. Pp. 640–651.
5. Zhong, J., Xu, T., Wang, W., Guan, K., Song, M., Huang, S., Zhang, S. Use of database and small punch test to estimate true stress-plastic strain curve of steels. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2021. 191. DOI:10.1016/j.ijpvp.2021.104370.
6. Zhu, F., Bai, P., Zhang, J., Lei, D., He, X. Measurement of true stress-strain curves and evolution of plastic zone of low carbon steel under uniaxial tension using digital image correlation. *Optics and Lasers in Engineering*. 2015. 65. Pp. 81–88. DOI:10.1016/j.optlaseng.2014.06.013.
7. Kamaya, M., Kitsunai, Y., Koshiishi, M. True stress-strain curve acquisition for irradiated stainless steel including the range exceeding necking strain. *Journal of Nuclear Materials*. 2015. 465. Pp. 316–325. DOI:10.1016/j.jnucmat.2015.05.027.
8. Yamada, S., Touch, T., Jiao, Y., Ishida, T., Kishiki, S. Deformation capacity of 400 N/mm² class structural steel under extremely large strains. *Journal of Constructional Steel Research*. 2021. 182. Pp. 106678. DOI:10.1016/J.JCSR.2021.106678.
9. Jiao, Y., Yamada, S. Cumulative deformation capacity of structural steel subjected to extremely large amplitude strain histories. *Journal of Building Engineering*. 2021. 41. Pp. 102649. DOI:10.1016/J.JOBE.2021.102649.
10. Kamaya, M., Kawakubo, M. A procedure for determining the true stress–strain curve over a large range of strains using digital image correlation and finite element analysis. *Mechanics of Materials*. 2011. 43(5). Pp. 243–253. DOI:10.1016/J.MECHMAT.2011.02.007.
11. Xu, Y.C., Xu, H.L., Zeng, X.S., Li, X., Qiu, H.J., Xiao, D.R. Structures and properties of five metal–organic frameworks based on 3,3',5,5'-azoxybenzenetetracarboxylic acid and different secondary building units. *Inorganica Chimica Acta*. 2018. 471. Pp. 459–466. DOI:10.1016/j.ica.2017.11.048.
12. Wang, Q., Ye, J., Tian, G., Chen, Y., Lu, X., Gong, W., Ning, G. Three-dimensional Ln(III)-Mn(II) metal organic frameworks constructed from Rod-shaped molecular building blocks: Syntheses, structures and magnetic properties. *Inorganic Chemistry Communications*. 2011. 14(6). Pp. 889–892. DOI:10.1016/j.inoche.2011.03.020.
13. Kweon, H. Do, Kim, J.W., Song, O., Oh, D. Determination of true stress-strain curve of type 304 and 316 stainless steels using a typical tensile test and finite element analysis. *Nuclear Engineering and Technology*. 2021. 53(2). Pp. 647–656. DOI:10.1016/j.net.2020.07.014.
14. Nguyen, H.T., Dönmez, A.A., Bažant, Z.P. Structural strength scaling law for fracture of plastic-hardening metals and testing of fracture properties. *Extreme Mechanics Letters*. 2021. 43. Pp. 101141. DOI:10.1016/j.eml.2020.101141.
15. Li, J., Yang, G., Siebert, T., Shi, M.F., Yang, L. A method of the direct measurement of the true stress–strain curve over a large strain range using multi-camera digital image correlation. *Optics and Lasers in Engineering*. 2018. 107. Pp. 194–201. DOI:10.1016/j.optlaseng.2018.03.029.
16. Kamaya, M., Kawakubo, M. A procedure for determining the true stress-strain curve over a large range of strains using digital image correlation and finite element analysis. *Mechanics of Materials*. 2011. 43(5). Pp. 243–253. DOI:10.1016/j.mechmat.2011.02.007.
17. Joun, M.S., Eom, J.G., Lee, M.C. A new method for acquiring true stress-strain curves over a large range of strains using a tensile test and finite element method. *Mechanics of Materials*. 2008. 40(7). Pp. 586–593. DOI:10.1016/j.mechmat.2007.11.006.
18. Kamaya, M., Kawakubo, M. True stress-strain curves of cold worked stainless steel over a large range

Shikin, K.S.

Simplified strain curve fit algorithm;

2021; *AlfaBuild*; 18 Article No 1803. doi: 10.34910/ALF.18.3



- of strains. *Journal of Nuclear Materials*. 2014. 451(1–3). Pp. 264–275. DOI:10.1016/j.jnucmat.2014.04.006.
19. Younise, B., Sedmak, A., Milosevic, N., Rakin, M., Medjo, B. True stress-strain curves for HSLA steel weldment - Iteration procedure based on DIC and FEM. *Procedia Structural Integrity*. 2020. 28. Pp. 1992–1997. DOI:10.1016/j.prostr.2020.11.023.
 20. Pisarenko, G.S., Mozharovsky, N.S. Equations and boundary value problems of the theory of plasticity and creep. Kiev, Naukova Dumka, 1981. 496 p. ISBN:846270221704.
 21. Cai, W., Morovat, M.A., Engelhardt, M.D. True stress-strain curves for ASTM A992 steel for fracture simulation at elevated temperatures. *Journal of Constructional Steel Research*. 2017. 139. Pp. 272–279. DOI:10.1016/j.jcsr.2017.09.024.
 22. Boudeau, N., Vitu, L., Abdelkefi, A., Malécot, P., Guermazi, N. Developments of methods for improving metal forming operations simulations: Material hardening and friction characterization under process conditions. *Procedia Manufacturing*. 2020. 51. Pp. 826–833. DOI:10.1016/j.promfg.2020.10.116.
 23. Kareer, A., Prasitthipayong, A., Krumwiede, D., Collins, D.M., Hosemann, P., Roberts, S.G. An analytical method to extract irradiation hardening from nanoindentation hardness-depth curves. *Journal of Nuclear Materials*. 2018. 498. Pp. 274–281. DOI:10.1016/j.jnucmat.2017.10.049.
 24. Fazlali, M.R., Arghavani, J., Eskandari, M. An analytical study on the elastic-plastic pure bending of a linear kinematic hardening curved beam. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2018. 144. Pp. 274–282. DOI:10.1016/j.ijmecsci.2018.05.039.
 25. Liu, K., Lang, L., Cai, G., Yang, X., Guo, C., Liu, B. A novel approach to determine plastic hardening curves of AA7075 sheet utilizing hydraulic bulging test at elevated temperature. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015. 100. Pp. 328–338. DOI:10.1016/j.ijmecsci.2015.07.002.
 26. Li, L., Ye, B., Liu, S., Hu, S., Li, B. Inverse analysis of the stress-strain curve to determine the materials models of work hardening and dynamic recovery. *Materials Science and Engineering A*. 2015. 636. Pp. 243–248. DOI:10.1016/j.msea.2015.03.115.
 27. Tu, S., Ren, X., Nyhus, B., Akselsen, O.M., He, J., Zhang, Z. A special notched tensile specimen to determine the flow stress-strain curve of hardening materials without applying the Bridgman correction. *Engineering Fracture Mechanics*. 2017. 179. Pp. 225–239. DOI:10.1016/j.engfracmech.2017.04.039.
 28. Reis, L.C., Oliveira, M.C., Santos, A.D., Fernandes, J. V. On the determination of the work hardening curve using the bulge test. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2016. 105. Pp. 158–181. DOI:10.1016/j.ijmecsci.2015.11.009.
 29. Troshchenko, V.T. Fatigue and inelasticity of metals. Kiev, Naukova Dumka, 1971. 268 p.
 30. Kesisoglou, I., Singh, G., Nikolaou, M. The Lambert function should be in the engineering mathematical toolbox. *Computers and Chemical Engineering*. 2021. 148. Pp. 107259. DOI:10.1016/j.compchemeng.2021.107259.
 31. Abramowitz, M., Stegun, I.A. Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables. Gaithersburg, U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, 1964. 1084 p.
 32. Kirsanov, M.N. Maple и Maplet. Solving exercises of mechanics. St. Petersburg, Lan', 2012. 512 p. ISBN:978-5-8114-1271-6.
 33. Kirsanov, M.N. Exercises in Theoretical Mechanics with Solutions in Maple 11. Moscow, Fizmatlit, 2011. 264 p. ISBN:978-5-9221-1153-9.