

Методы расчета тонкостенных стержней: статика, динамика, устойчивость

Д. О. Советников^{1*}, А. А. Азаров², С. С. Иванов³, В. А. Рыбаков⁴

¹⁻⁴ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

Информация о статье УДК 69

Аннотация

Данный аналитический обзор рассматривает публикации российских и зарубежных авторов, раскрывающих тему расчета стальных тонкостенных стержней. На настоящий момент активное применение легких стальных тонкостенных конструкций в сфере строительства требует особо тщательного изучения напряженно-деформированного состояния данных конструкций. Данная статья компилирует наиболее значимые работы, посвященные теоретическим основам расчета тонкостенных стержней при постановке статических, динамических задач, а также потери устойчивости. Подробно освещены основные принципы фундаментальных теорий расчёта тонкостенных стержней: бессдвиговой теории Власова для стержней открытого профиля, теории Уманского для стержней закрытого профиля, полусдвиговая теория Сливкера, позволяющая производить расчеты для любого типа поперечного сечения. Рассмотрены труды по применению разработанных теорий напряженно-деформированного состояния в расчетах конструкций с помощью конечно-элементных систем. Перечислены возможные варианты моделей конечных элементов.

Ключевые слова: ЛСТК, тонкостенный стержень, метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние, местная устойчивость

Содержание

1.	Введение	8
2.	Применение ЛСТК в строительстве	9
3.	Проблемы нормативно-правовой базы для расчёта стальных тонкостенных конструкций	10
4.	Напряжённо-деформированное состояние тонкостенных стержней	11
5.	Моделирование КЭ-схемы и реализация в расчётных программных комплексах	22
6.	Заключение	24

Контактный автор:

- 1*. +7 (911) 901-90-58; sovetnikov.daniil@gmail.com (Даниил Олегович Советников, студент);
2. +7 (905) 270-56-46; alexio009@mail.ru (Артур Александрович Азаров, студент);
3. +7 (904) 556-76-54; serzikserzik@gmail.com (Сергей Сергеевич Иванов, студент);
4. +7 (964) 331-29-15; fishermanoff@mail.ru (Владимир Александрович Рыбаков, к.т.н., доцент).

1. Введение

С начала XXI века использование легких стальных тонкостенных конструкций из гнутых профилей (ЛСТК) в промышленном и гражданском строительстве стремительно растет. Подобный интерес обуславливается такими свойствами ЛСТК, как быстровозводимостью, малым весом, отсутствием «мокрых» процессов, высокой точностью произведенных изделий, широким спектром применения.

Использование подобных конструкций послужило толчком для развития целой отрасли строительной индустрии, включающей разработку, изготовление и монтаж конструкций с применением тонкостенных гнутых профилей из оцинкованной стали.

В терминах строительных конструкции под «легкими стальными тонкостенными конструкциями» понимают несущие и ограждающие элементы зданий, металлоемкость которых существенно снижена по сравнению с традиционными конструкциями. Данная характерная особенность ЛСТК достигается за счет рационального выбора конструктивной формы и размеров сечений, использования стали с пределом текучести не ниже 220 МПа.

ЛСТК производятся методом холодного формообразования на профилегибочных станках из прокатного листового металла.

Материал профилей, регламентируемый СП 260.1325800.2016 «Конструкции стальные тонкостенные из холодногнутой оцинкованной профилей и гофрированных листов» [1] приведен в таблице 1.

Толщина цинкового покрытия не должна составлять менее 18 мкм.

Таблица 1. Материалы для легких холодногнутой профилей

Нормативный документ	Марка стали	Толщина профиля, мм	Тип покрытия
ГОСТ Р 52246	220 - 350	1-4	цинковое, класс 275
ГОСТ Р 52146	220-350	0,6-2	полимерное
ГОСТ 14918	Группы ХП, ПК	0,8-2,5	цинковое, класс 1
ГОСТ 16523	220-350	1-4	лакокрасочное

Примеры типичных поперечных сечений гнутых профилей, отвечающих требованиям свода правил [1], используемых для несущих и вспомогательных конструкций представлены на рисунке 1.

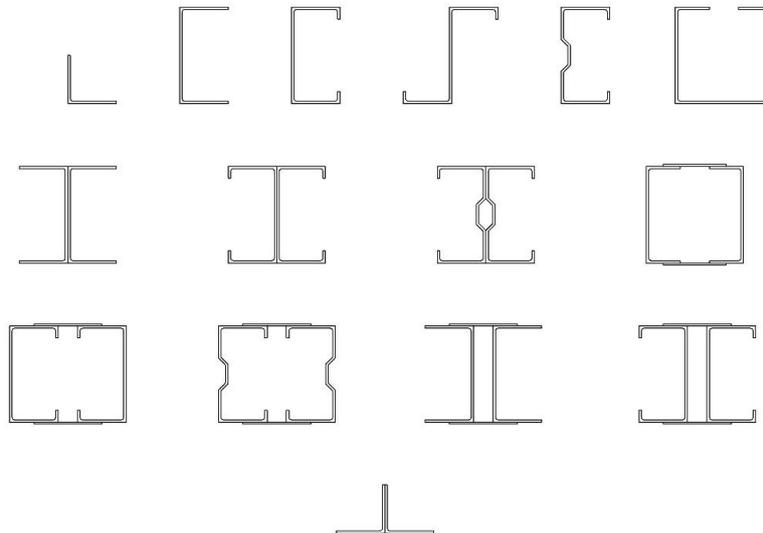


Рисунок 1. Типичные формы открытых и замкнутых сечений тонкостенных холодногнутой профилей

Для несущего каркаса зданий в строительной практике используются стандартные профили следующих типов: швеллерные, уголкового, С-образные и Z-образные. Высота сечения профилей варьируется от 100 до 400 мм.

Для повышения жесткости профилей на их стенках и полках устраивают элементы местной жесткости: отгибы или канавки.

С целью снижения теплопроводности в строительстве находят широкое применение специальные перфорированные профили («термопрофили»), обладающие большим количеством сквозных поперечных сечений, выполненных в шахматном порядке различными технологическими методами (рис. 3). Наличие подобных отверстий значительно увеличивает путь прохождения теплового потока, что, в свою очередь, заметно снижает потери тепла и позволяет избежать возникновения «мостиков холода» [2].

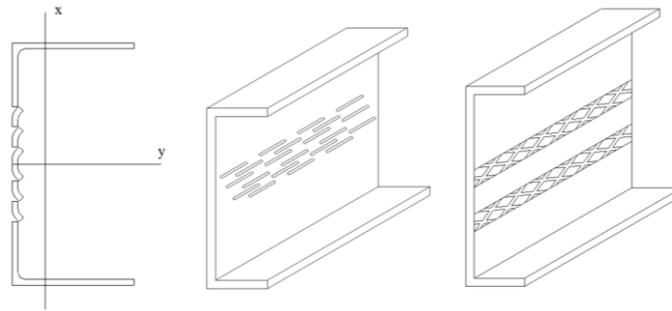


Рисунок 3. Виды перфорированных профилей: просечной вдавленный, штампованный, сетчатый

Ввиду сниженного веса конструкции на m^2 и более простой деформируемости применение ЛСТК в строительстве невозможно без тщательного анализа конструкций по прочности, жесткости и устойчивости.

Для расчета тонкостенных стальных конструкций принято использовать, так называемые, тонкостенные стержни. Под данным термином в области строительной механики понимается прямолинейный объект, у которого все три габарита выражаются величинами различного порядка: толщина стенок такого стержня значительно меньше размеров поперечного сечения, а размеры поперечного сечения значительно меньше длины стержня (рис. 4).

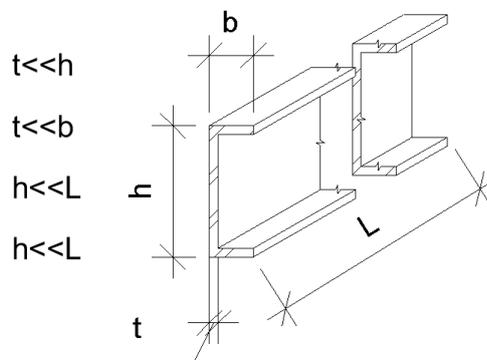


Рисунок 4. Принципиальная схема тонкостенного стержня

Несмотря на свою востребованность в строительной отрасли, развитие и применение легких стальных конструкции в России до недавнего времени было затруднено вследствие отсутствия единой нормативной базы. СП 16.13330.2017 «Стальные конструкции» [3], как и СП 53-102-2004 «Общие правила проектирования стальных конструкций» [4] фактически не описывают проектирование именно тонкостенных конструкций, практически отсутствует информация о таком важном для ЛСТК дополнительном внутреннем силовом факторе, как бимомент, и возникающей под его действием искривлении поперечного сечения тонкостенного стержня – депланации.

Лишь вступивший в силу в 2017 году СП 260.1325800.2016 «Конструкции стальные тонкостенные из холодногнутых оцинкованных профилей и гофрированных листов» [1], основанный на принципах расчета по европейским нормам Eurocode-3 [5], несколько исправил данный нормативный пробел.

Естественно, учитывая новизну свода правил [1], опытный конструктор для своих расчетов должен использовать информацию, в том числе, содержащуюся в произведенных ранее научных исследованиях по тематике тонкостенных стержней. При разработке сооружений с использованием стальных тонкостенных конструкций было бы опрометчиво ожидать, что один новый СП [1] сможет ответить на любой вопрос проектировщика. Именно поэтому очевидна необходимость в структурированном обзоре о методах расчетов и проектирования ЛСТК, заметно упрощающем поиск имеющихся наработок в данной области для применения, как в новых научных изысканиях, так и в практике строительства.

Целью обзора, учитывая важность анализа тонкостенных стальных конструкций по несущей способности и устойчивости, является компиляция основных теоретических выкладок, исследующих напряженно-деформационное состояние рассматриваемых конструкций, в совокупности с экспериментальными подтверждениями и примерами математического моделирования.

2. Применение ЛСТК в строительстве

В данной части обзора рассмотрены успешные примеры применения ЛСТК, выходящие за рамки быстровозводимых малоэтажных зданий: жилых и промышленных.

Концепция строительства на основе ЛСТК может применяться самостоятельно или в сочетании с другими строительными конструкциями [6-9]: в качестве ограждающих стен, внутренних перегородок, междуэтажных перекрытий, стропильных конструкций мансард и крыш, в частности, при реконструкции.

Применение технологии ЛСТК в малоэтажном жилищном строительстве, описанная в работах [10-14], способствуют эффективному выполнению задач проекта «Доступное и комфортное жилье — гражданам России».

Эффективным утеплителем для зданий с применением ЛСТК являются минераловатные базальтовые плиты или эковата, защищенные от увлажнения пароизоляционными и диффузионными пленками. Для наружной облицовки стен зданий в зависимости от архитектурного решения и требований заказчика можно использовать облицовочный кирпич, деревянную рейку, пластиковый или металлический сайдинг, каменные или цементные материалы.

Средний расход стали на несущий каркас малоэтажного жилого здания из ЛСТК составляет 25—28 кг для одноэтажного и 38—43 кг для двухэтажного здания из расчета на 1 м² строительной площади [10].

В сравнении с аналогичным по объемно-планировочным параметрам зданию, выполненным с применением деревянного каркаса [14] было установлено, что применение ЛСТК снижает сроки возведения здания на 40%, потребность в рабочих кадрах уменьшается на 20%.

В работе [15] рассмотрены варианты применения технологии ЛСТК при строительстве большепролетных спортивных сооружений. Произведен расчет фермы пролетом 66 м, произведено сравнение с аналогичной железобетонной фермой. Установлено, что металлические конструкции будут обладать приблизительно в 6 раз меньшим весом.

В статье [16] описаны технологии возведения и возможные конструктивные решения применения ЛСТК в качестве несущих и ограждающих элементов при строительстве зданий до 6 этажей. При большей этажности зданий стальные тонкостенные конструкции применяются в качестве ограждающих. Авторами отмечено, что применение ЛСТК при возведении зданий высотой более 20 этажей затруднительно в связи с несовершенством используемых технологий и отсутствием соответствующей нормативной базы.

Применение холодногнутых стальных профилей в составе несущих элементов пространственной фермы пролетного строения пешеходного перехода приведено в работе [17]. На основании разработанных конечно-элементных моделей моста получено напряженно-деформируемое состояние в линейной и нелинейной постановках. Оценены несущая способность и устойчивость конструктивных элементов мостовой конструкции. Разработанная авторами модель предлагается для дальнейшего исследования в области расчета и проектирования малых мостовых конструкций на основе тонкостенных холодногнутых профилей.

Статьи [18-20] останавливаются на проблематике проектирования рамных конструкций из ЛСТК, применяемых, в основном, для строительства промышленных объектов. Произведены расчеты и натурные испытания рамных каркасов с пролетом 9 – 21 м [19-20] и 12 м [18,21]. В качестве несущих элементов рамы каркаса зданий предлагается использовать составные двутавровые сечения из \square -образных профилей толщиной 1,5 мм. Произведенные расчеты показали, что данный тип профилей обладает большей устойчивостью стенок по сравнению с С-образным профилем, за счет наличия продольных гофров. Однако, стоит отметить, что поведение опытного образца существенно (с расхождениями между экспериментальными и теоретическими данными более 10 %) отличается от теоретических предпосылок, что свидетельствует о необходимости уточнения расчетных положений данного типа конструкций.

Основные преимущества применения технологии ЛСТК в условиях Крайнего Севера, отмечаемые в работах [22,23] это транспортабельность, отсутствие «мокрых» процессов, малый вес зданий и, как следствие, снижение затрат на устройство фундаментов с применением, к примеру, винтовых свай.

В статье [23] на основании анализа температурных полей и теплотехнических показателей выбраны наиболее оптимальные решения соединений, обеспечивающие тепловую защиту зданий из ЛСТК. В частности, предлагается устройство железобетонного цокольного перекрытия с использованием термовкладышей из деревянного бруса или блоков из автоклавного газобетона, расположенных ступенчато между стальными элементами каркаса и цокольным перекрытием, что позволяет перекрывать стыки теплоизоляционных материалов с другими конструктивными элементами и снижает влияние инфильтрации воздуха.

В работе [24] показано, что при проектировании каркасных зданий не в полной мере учитываются повышенная инфильтрация воздуха, характерная для условий Крайнего Севера, и наличие многочисленных теплопроводящих элементов, в следствие низкого качества исполнения теплоизоляционных работ и применения теплоизоляционных материалов, имеющих низкую упругость. Используемые теплоизолирующие прокладки между стальными элементами в период наиболее холодных дней не выполняют своих функций.

В последующих главах обзора более подробно рассмотрены способы расчета стальных тонкостенных конструкций, смоделированных тонкостенными стержнями, а также детальный анализ напряженно-деформированного состояния данных стержней.

3. Проблемы нормативно-правовой базы для расчёта стальных тонкостенных конструкций

Как уже было упомянуто ранее, с лета 2017 года на территории Российской Федерации вступил в силу свод правил 260.1325800.2016 «Конструкции стальные тонкостенные из холодногнутых оцинкованных профилей и гофрированных листов» [1]. Не исключая факта, что данный СП является, по сути, первым принятым на федеральном уровне нормативным документом, регламентирующим конструирование зданий и

сооружений с применением холодногнутох профилей толщиной до 4 мм, что должно уже в среднесрочной перспективе положительно сказаться на объёмах строительства с применением данной технологии, нельзя не отметить ряд недостатков, которыми не обделён данный документ.

В данном параграфе авторами тезисно выдвинут ряд замечаний и вопросов к СП 260. 1325800.2016, более детальный анализ спорных и противоречивых моментов, содержащихся в упомянутом нормативном документе, предполагает отдельное исследование, подкреплённое результатами строительной и конструкторской практики, которое будет подготовлено авторами в ближайшее время.

- Свод правил разработан для конкретного вида сталей по трём ГОСТ ([1], раздел 6).
- Коэффициенты условий работы охватывают недостаточное число возможных в инженерной практике элементов конструкций ([1], таблица 5.1).
- Не рассмотрены случаи полностью несимметричных сечений.
- В целом малое количество рассмотренных расчётных ситуаций.
- Не рассмотрены особенности расчёта широко употребляемого в строительной практике просечного профиля.
- Сложность определения редуцированных геометрических параметров поперечного сечения стержня; отсутствуют рекомендации производителям стальных профилей касательно неточностей изготовления.
- Отсутствие, как таковых, методик расчёта стержней несоставного сечения при условиях внецентренного сжатия, продольного изгиба.
- Отсутствие информации о расчётных длинах при различных расчётных ситуациях.
- Отсутствие информации о расчёте эксцентриситетов приложения внешних усилий.
- Большое количество эмпирически выведенных коэффициентов, соответствующих сечениям определённой формы (в большинстве случаев – составных двутавров)
- Практически отсутствует информации о расчёте соединений. К примеру, несущая способность метизных соединений на срез определяется исходя из результатов испытаний ([1], формула 10.7).
- Крайне короткая и пространная информация о требованиях по пожарной безопасности и огнестойкости материалов тонкостенных стальных конструкций.

4. Напряжённо-деформированное состояние тонкостенных стержней

Общая теория. Зарождение современных методов расчёта тонкостенных стержней

Учитывая отсутствие в России, до недавнего времени [1], единых, принятых на государственном уровне нормативных документов по расчету тонкостенных стальных конструкций, в совокупности с широкими возможностями применения данных конструкций в строительстве, рассмотренными в предыдущем параграфе, объясним заметный научный интерес большого числа исследователей к проблеме определения напряжённо-деформированного состояния тонкостенных стержней.

Теории расчета тонкостенных стержней открытого и замкнутого профилей

В таблице 2 сведены основные уравнения и неизвестные, которыми оперируют наиболее известные и значимые в прикладном значении расчётные теории тонкостенных стержней, более детальный обзор которых приведён чуть ниже.

Таблица 2. Основные уравнения и неизвестные в различных теориях расчёта тонкостенных стержней

Наименование теории	Бессдвиговая теория (по В.З. Власову)	Полусдвиговая теория (по В.И. Сливкеру)	Полусдвиговая теория (по А.А. Уманскому)
Основные уравнения			
Уравнения равновесия	$-H' - B'_\omega = m_x + m'_B$ $-B'_\omega + M_\omega = m_B$	$-H' - M'_\omega = m_x$ $-B'_\omega + M_\omega = m_B$	$-H' - M'_\omega = m_x$ $-B'_\omega + M_\omega = m_B$
Геометрические уравнения	$\chi_x = \theta'; \chi_B = -\theta'';$ $\gamma_\omega = 0$	$\chi_x = \theta'; \chi_B = -\beta';$ $\gamma_\omega = \theta' - \beta$	$\chi_x = \theta'; \chi_B = -\beta';$ $\gamma_\omega = \theta' - \beta$
Физические уравнения	$H = GI_d \theta'$ $B_\omega = -EI_\omega \theta''$	$M_\omega = \frac{GI_d}{\psi - 1} (\theta' - \beta)$ $H = GI_d \theta'$ $B_\omega = -EI_\omega \beta'$	$M_\omega = -EI_\omega \beta'' - m_B$ $H = GI_d \theta'$ $B_\omega = -EI_\omega \beta'$
Основные неизвестные			
Перемещения	θ – угол закручивания θ' – мера деформации	θ – угол закручивания β – мера деформации	θ – угол закручивания β – мера деформации
Деформации	χ_x – деформация крутки χ_B – относительная деформация γ_ω – деформация сдвига		
Интегральные характеристики нормальных и касательных напряжений	B_ω – бимомент H – момент чистого кручения M_ω – секториальный крутящий момент (момент стесненного кручения)		

Первой работой, которая с достаточной полнотой излагает основные особенности расчета тонкостенных стержней, может считаться книга В.З. Власова, увидевшая свет в 1959 г.: «Тонкостенные упругие стержни» [25]. В ней автор, основываясь на ряде гипотез для стержня открытого профиля, строит модель, в рамках которой вводится ряд характеристик поперечного сечения стержня, названных секториальными, а также новый силовой фактор – бимомент.

Бимомент может быть представлен как пара моментов противоположного знака, действующих в поперечном сечении тонкостенного стержня. Особенность бимомента заключается в том, что его невозможно вычислить, пользуясь уравнениями статики. Введение нового силового фактора влечет за собой необходимость рассмотрения и нового вида деформации, который был назван депланацией.

Депланация – перемещение точек тонкостенного стержня, при котором изначально плоское поперечное сечение переходит в кривую поверхность.

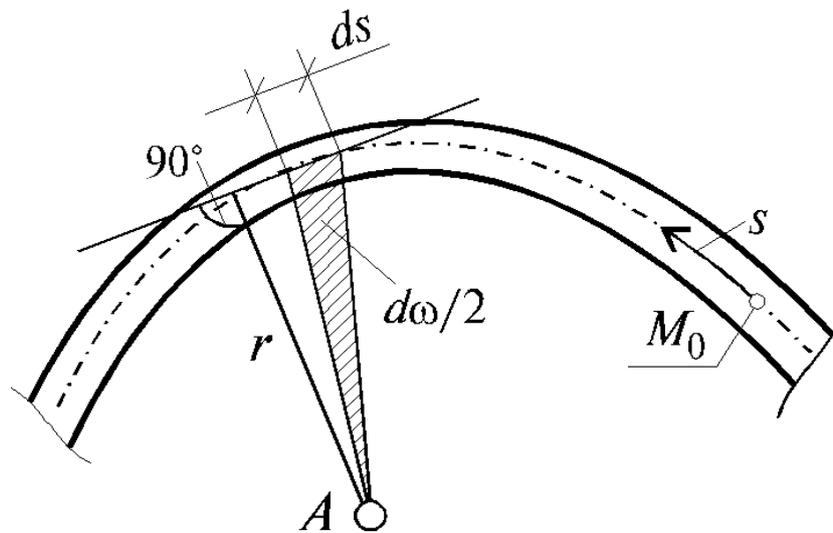


Рисунок 5. Определение секториальной площади

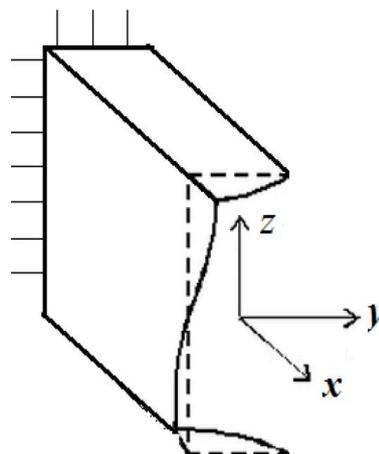


Рисунок 6. Депланация тонкостенного сечения

Для описания напряженно-деформированного состояния Власовым были введены новые геометрические характеристики поперечного сечения стержня, главным из которых является секториальная площадь:

$$\omega(s) = \int_{M_0}^M r ds \quad (1)$$

где: ω – секториальная площадь;

M_0 – начало отсчета координаты s , принимаемое произвольно;

M – конечная точка на поперечном сечении тонкостенного стержня;

r – см. рисунок 5.

Тонкостенные стержни замкнутого профиля были рассмотрены Уманским в [26, 27]. Основным отличием теории Уманского является принятая им гипотеза о том, что продольные перемещения точек стержня в результате деформации пропорциональны (с некоторым коэффициентом) перемещениям точек стержня при свободном кручении. Данное предположение позволяет получить систему разрешающих уравнений, описывающих кручение тонкостенного стержня замкнутого профиля.

В теориях как открытого профиля (теория Власова), так и закрытого (теория Уманского) принимаются некоторые гипотезы, на основании которых строятся основные суждения и которые в то же время определяют границы применимости данных теорий, за пределами которых погрешность вычислений будет превышать допустимую величину. К числу этих гипотез относятся:

1. Поперечное сечение профиля тонкостенного стержня остается неизменным в своей плоскости, то есть является недеформируемым в поперечном направлении.

Поперечное сечение стержня принимается абсолютно жестким телом, таким образом профиль в поперечном сечении обладает только лишь 3 степенями свободы: двумя трансляционными смещениями точки, а также углом поворота относительно этой точки. Применимость этой гипотезы дает достаточно достоверные результаты для тех стержней, чьи конструктивные особенности препятствуют деформациям в плоскости сечения. Часто полагают, что стержень регулярно подкреплен поперечными диафрагмами жесткости, устанавливающие это.

Фактически перемещения точек срединной плоскости определяются двумя трансляционными перемещениями и углом поворота, а именно, на примере, тангенциального перемещения получаем:

$$v = \eta t_y + \xi t_z + \theta[(y - y_p)t_z - (z - z_p)t_y] \quad (2)$$

Где η, ξ – трансляционные перемещения;

θ – угол поворота сечения как жесткого тела;

t_y, t_z – перемещение вдоль соответствующей оси.

2. Нормальные напряжения в продольном направлении стержня считаются распределенными равномерно по толщине стенки, другими словами, контур тонкостенного стержня является безмоментным.

Согласно гипотезе о безмоментности:

$$\sigma^x = \sigma(x, s) \quad (3)$$

и

$$\sigma^x = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z + \frac{M_z}{I_z} y + \frac{B}{I_\omega} \omega. \quad (3a)$$

где: σ^x – нормальное напряжение в поперечном сечении тонкостенного стержня;

N – продольная сила в поперечном сечении стержня;

A – площадь поперечного сечения стержня;

M_y, M_z – изгибающие моменты в двух перпендикулярных плоскостях;

I_y, I_z – моменты инерции поперечного сечения;

B – бимомент;

I_ω – секториальный момент инерции;

y, z – соответствующие координаты.

3. Гипотеза ненадавливания продольных волокон тонкостенного стержня, т.е. $\sigma_x = \sigma_y = 0$

Таким образом, σ^n, σ^s ввиду малости можно пренебречь в формулировке закона Гука, т.е.:

$$\sigma^x = E \varepsilon_x = E \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4)$$

где E – модуль упругости материала;
 u – перемещение в продольном направлении стержня;
 ε_x – продольная деформация;
 x – продольная координата стержня.

А согласно гипотезе об отсутствии сдвигов $u = \epsilon - \eta'y - \xi'z - \theta'\omega$, выражение (3) можно записать:

$$\sigma^x = E\epsilon - E\eta''y - E\xi''z - E\theta''\omega \quad (5)$$

где штрихом обозначена производная по координате x .

4. Гипотеза о равномерном распределении касательных напряжений, действующих по толщине стенки тонкостенного стержня.

Касательные напряжения в сечения τ^{xs} , направленные по касательной к профильной линии, могут быть представлены в виде суммы:

$$\tau^{xs} = \tau + \tau_k; \quad (6)$$

где τ – среднее касательное напряжение постоянно по толщине стенки;
 τ_k – напряжение чистого кручения.

Все перечисленные выше предположения справедливы для обоих типов поперечных сечений стержней, однако для замкнутого профиля существует неопределенность в описании депланационных перемещений в результате кручения и изгиба. Эта проблема решается введением еще одной, пятой гипотезы, которая была принята Уманским при построении своей теории.

Сущность этой гипотезы заключается в разделении перемещений точек поперечного сечения стержня в направлении продольной оси на две составляющие: подчиняющиеся закону плоскости и чисто депланационные перемещения:

$$w = A + Bx + Cy + w_d; \quad (7)$$

где: w_d – депланационные продольные перемещения, зависящие от секториальной площади и координаты самого поперечного сечения стержня;
 A, B, C – параметры переменные для каждого поперечного сечения стержня.

Смысл величины w_d заключается в том, что продольные перемещения точек стержня в результате депланации пропорциональны соответствующим перемещениям точек стержня при свободном кручении, причем к-том пропорциональности является некоторая функция, зависящая исключительно от продольной координаты точки тонкостенного стержня, но не секториальной площади. С математической точки зрения депланационные перемещения можно представить следующим образом:

$$w_d = \beta(x)\alpha(s); \quad (8)$$

где: $\beta(x)$ – функция меры депланации, которая подлжит определению в результате решения задачи;
 $\alpha(s)$ – функция депланации, определяемая с точностью до произвольно выбранного полюса и начала отсчета дуговой координаты.

Произведя сравнение теорий Власова и Уманского, нельзя не отметить следующие отличия.

Как уже отмечалось, в теории Власова секториальная площадь определяется выражением (1):

$$\omega(s) = \int_{M_0}^M r ds; \quad (9)$$

По теории Уманского же вводится так называемая обобщенная секториальная площадь, вычисляемая по следующей формуле:

$$\bar{\omega} = \omega_0 - \alpha; \quad (10)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{A} \oint e a r ds; \quad (11)$$

где: $e = e(s)$ – безразмерная функция, характеризующая распределение физических характеристик материала вдоль профиля. Обычно принимается $e = 1$.

A – площадь поперечного сечения стержня,

r, s – аналогично теории Власова (см. рисунок 5)

Обобщенная секториальная площадь ω_0 не зависит от выбора точки начала отсчета дуговой координаты, тогда как ω в теории Власова – зависит.

Соответственно выражения для нормальных напряжений для тонкостенных стержней по двум теориям записываются следующим образом:

– По теории Власова:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x - E\beta' \bar{\omega}; \quad (12)$$

– По теории Уманского:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x - E\theta'' \omega; \quad (13)$$

В таблице 3 приведен анализ составляющих напряжений для швеллеровых балок, нагруженный единичными нагрузками с эксцентриситетом, вызванным несовпадением центра тяжести и центра изгиба.

Из таблицы видно, что вклад бимоментной составляющей в формуле (1) является существенным: напряжения от бимомента превышают изгибные напряжения в 15 – 3 раза и в некоторых точках даже могут иметь противоположный знак.

Таблица 3. Сопоставление изгибных и бимоментных составляющих напряжений

Вид нагрузки	Номер точки	σ_x , кгс/см ²		
		Составляющие напряжения		Общее напряжение
		изгибные напряжения	от бимомента	
	1 2 3 4	-7,12 -7,12 +7,12 +7,12	+22,61 -11,42 11,42 -22,61	+15,49 -18,54 +18,54 -15,49
	1 2 3 4	-4,74 -4,74 +4,74 +4,74	+16,36 -8,28 +8,28 -16,36	+11,62 -13,02 +13,02 -11,62
	1 2 3 4	-6,317 -6,317 +6,317 +6,317	+20,767 -10,503 +10,503 -20,767	+14,45 -16,82 +16,82 -14,45

Примечание:

Для всех задач приняты следующие значения нагрузок: $q = 1$ кгс/м, $P = 1$ кгс.

Общий вид системы дифференциальных уравнений для теории Власова:

$$\begin{cases} EA\zeta'' = 0 \\ -EI_y \xi^{IV} + q_x = 0 \\ -EI_x \eta^{IV} + q_y = 0 \\ -EI_\omega \theta^{IV} + GI_d \theta'' + m_x - m_B' = 0 \end{cases} \quad (14)$$

где: EA – жесткости на растяжение-сжатие;

EI_y, EI_x – жесткости на изгиб в перпендикулярных плоскостях;

EI_ω – жесткость на деформацию;

GI_d – жесткость на кручение;

q_x, q_y, q_z, m_x – распределенные по длине внешние силовые факторы, как то: 3 силовых нагрузки вдоль осей x, y, z , а также изгибающий момент относительно оси x .

m_B – распределенный по длине внешний бимомент;

ζ, ξ, η – функции перемещения, соответственно: продольная по оси x и поперечные по осям z и y .

Дифференциальное уравнение равновесия в перемещениях для теории Власова имеет вид:

$$-EI_\omega \theta^{IV} + GI_d \theta'' + m_x - m_B' = 0 \quad (15)$$

Дифференциальное уравнение равновесия в перемещениях для теории Уманского имеет вид:

$$-EI_\omega \beta^{III} + GI_d \theta'' + m_x - m_B' = 0 \quad (16)$$

И, наконец, функционалы энергии деформации тонкостенного стержня принимают различный вид по двум рассмотренным теориям.

– Для открытого профиля (теория Власова):

$$E = \int_0^L \left[\frac{N^2}{2EA} + \frac{M_y^2}{2EI_y} + \frac{M_x^2}{2EI_x} + \frac{B^2}{2EI_\omega} + \frac{H^2}{2GI_z} \right] dx \quad (17)$$

– Для замкнутого профиля (теория Уманского):

$$E = \int_0^L \left[\frac{N^2}{2EA} + \frac{M_y^2}{2EI_y} + \frac{M_x^2}{2EI_x} + \frac{B^2}{2EI_\omega} + \frac{H^2}{2GI_z} + \frac{M_\omega^2 \mu_{\omega\omega}}{2r^2 GA} \right] dx \quad (18)$$

где: $\mu_{\omega\omega}$ – коэффициент формы поперечного сечения, зависящий от геометрических характеристик тонкостенного стержня;

r – радиус инерции сечения;

M_y, M_x – изгибающие моменты в двух перпендикулярных плоскостях;

M_ω – момент стесненного кручения;

H – момент чистого кручения;

G – модуль сдвига.

Как видно, ключевое отличие записей функционалов для обеих теорий заключается в наличии момента стесненного кручения в функционале энергии деформации для стержня замкнутого сечения, а также в используемых геометрических характеристиках, которые для стержней замкнутого профиля определяются через обобщенную секториальную площадь, тогда как для стержней открытого профиля – через привычную ω .

Сдвиговая теория расчета тонкостенных стержней

В рассмотренных выше теориях при учете деформации сдвига влияние поперечной силы на напряженно-деформированное состояние стержня принималось за несущественный фактор и в функционале энергии деформации отбрасывалось. Однако возможен вариант построения теории, при котором учет деформации сдвига будет произведен в полном объеме. Если рассмотреть функционалы энергии деформации тонкостенного стержня для открытого и замкнутого профилей, то они в рамках сдвиговой теории примут следующий вид:

-для открытого профиля:

$$E = \int_0^L \left[\frac{N^2}{2EA} + \frac{M_y^2}{2EI_y} + \frac{M_x^2}{2EI_x} + \frac{B^2}{2EI_\omega} + \frac{H^2}{2GI_z} + \frac{Q_x^2 \mu_{xx}}{2GA} + \frac{Q_y^2 \mu_{yy}}{2GA} + \frac{M_\omega^2 \mu_{\omega\omega}}{2r^2 GA} + \frac{Q_x Q_y \mu_{xy}}{GA} + \frac{Q_x M_\omega \mu_{x\omega}}{rGA} + \frac{Q_y M_\omega \mu_{y\omega}}{rGA} \right] dx \quad (19)$$

-для замкнутого:

$$E = \int_0^L \left[\frac{N^2}{2EA} + \frac{M_y^2}{2EI_y} + \frac{M_x^2}{2EI_x} + \frac{B^2}{2EI_\omega} + \frac{H^2}{2GI_z} + \frac{Q_x^2 \mu_{xx}}{2GA} + \frac{Q_y^2 \mu_{yy}}{2GA} + \frac{M_\omega^2 \mu_{\omega\omega}}{2r^2 GA} + \frac{Q_x Q_y \mu_{xy}}{GA} + \frac{Q_x M_\omega \mu_{x\omega}}{rGA} + \frac{Q_y M_\omega \mu_{y\omega}}{rGA} \right] dx \quad (20)$$

где: Q_x, Q_y – поперечные силы по соответствующим осям;

$\mu_{yy}, \mu_{xx}, \mu_{\omega\omega}, \mu_{x\omega}, \mu_{y\omega}$ – коэффициенты формы поперечного сечения, зависящие от геометрических характеристик тонкостенного стержня.

Недостаток данной теории очевиден. С точки зрения прикладного значения такая теория крайне сложна в использовании в связи с наличием девяти слагаемых в функционале энергии деформации, тогда как в теории Власова и Уманского по пять и шесть слагаемых соответственно. Сдвиговая теория может быть полезна исключительно в научных целях и не может быть использована в каком-либо программном комплексе ввиду громоздкости получаемых матриц жесткости.

Полусдвиговая теория расчета тонкостенных стержней

Сливкер В. И. в своем труде [28] предложил полусдвиговую теорию расчета тонкостенных стержней, учитывающую часть деформаций сдвига в срединной поверхности стенок стержней, вызванных действием секториальных сил. Предложенная теория, по сравнению с теорией В.З. Власова, имеет ряд достоинств. Полусдвиговая теория подходит для стержней как открытого, так и замкнутого (а также открыто- замкнутого и многоконтурного) профилей, что дает возможность использования единой расчетной схемы в комбинированных конструкциях из открытых и замкнутых профилей. Кроме того, повышается точность вычислений вследствие учета части деформации сдвига.

Способ построения данной теории основан на пренебрежении энергией второстепенных малозначительных компонент по сравнению с энергией основных компонент напряжений и деформаций.

Проводя аналогию с теорией Власова, в чьей теории в качестве основных компонент приняты нормальные напряжения σ^x и касательные напряжения чистого кручения τ^k , а в качестве второстепенных приняты τ средние касательные напряжения, распределенные равномерно по толщине стенок.

В полусдвиговой теории рассматриваются только часть касательных напряжений, а именно касательные напряжения кручения τ_M , а касательные напряжения изгиба приняты в качестве второстепенных τ_Q .

Приведем выражение касательных напряжений в теории тонкостенных стержней открытого профиля:

$$\tau = -Q_z \frac{S_{oy}}{hI_y} - Q_y \frac{S_{oz}}{hI_z} - \frac{S_{o\omega}}{hI_\omega} M_\omega \quad (21)$$

Разложим касательные напряжения на два слагаемых:

1. Касательные напряжения, порождаемые поперечными силами (касательные напряжения изгиба):

$$\tau_Q = -Q_z \frac{S_{oy}}{hI_y} - Q_y \frac{S_{oz}}{hI_z} \quad (22)$$

2. Касательные напряжения, вызванные моментом стесненного кручения (касательные напряжения кручения):

$$\tau_M = -\frac{S_{o\omega}}{hI_\omega} M_\omega \quad (23)$$

где: $S_{ox}, S_{oy}, S_{o\omega}$ - статический момент отсеченной части сечения относительно осей Y и Z соответственно, статический секториальный момент отсеченной части сечения;

h - толщина стенки профиля.

Учёт влияния формы сечения происходит за счёт следующих коэффициентов формы (причём в случае замкнутого профиля вместо секториальной площади $\omega(s)$ используется обобщённая секториальная площадь (см. формулу 10):

$$\psi = 1 + \frac{\mu_{\omega\omega} I_d}{I_r} \quad (24)$$

$$\mu_{\omega\omega} = \frac{I_r}{I_\omega^2} \int_{(1)}^l \frac{S_{o\omega}^2}{\delta} ds \quad (25)$$

где: I_r - полярный момент инерции;

I_d - крутильный момент инерции;

I_ω - секториальный момент инерции;

δ - толщина профиля.

Система разрешающих уравнений равновесия имеет вид:

$$\begin{cases} -EI_\omega \beta'' + \frac{r^2 GA}{\mu_{\omega\omega}} (\theta' - \beta) = 0 \\ GI_d \theta'' - \frac{r^2 GA}{\mu_{\omega\omega}} (\theta'' - \beta') = m_x - m'_B \end{cases} \quad (26)$$

Задачу стесненного кручения, описываемого системой (7), можно свести к одному дифференциальному уравнению (8) третьего порядка относительно функции β :

$$\psi EI_\omega \beta'' - GI_d \beta' = m_x + \psi m'_B \quad (27)$$

Выражения для энергии деформации по полусдвиговой теории согласно выбранным основным компонентам напряжений принимает вид:

$$E(\sigma) = \frac{1}{2} \int_0^L \left[\frac{N^2}{EA} + \frac{H^2}{GI_x} + \frac{M_y^2}{EI_y} + \frac{M_z^2}{EI_z} + \frac{M_\omega^2}{GF_\omega r^2} \right] dx \quad (28)$$

Выражение энергии деформации тонкостенного стержня для функционала Лагранжа исключительно для депланационно-крутильной составляющей:

$$E(\theta, \beta) = \frac{1}{2} \int_0^L \left(EI_\omega (\beta')^2 + GI_d (\theta')^2 + \frac{GI_d}{\psi - 1} (\theta' - \beta)^2 \right) dx \quad (29)$$

1. Задачи статики тонкостенных стержней

Неоценимый вклад в развитие методик изучения и расчёта тонкостенных стержней внёс преподавательский состав Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого:

Так пособие [29] посвящено теоретическим основам различных методик расчета ЛСТК, их обоснованию, сопоставлению и оценке достоверности получаемых результатов. Приводятся конкретные численные примеры расчета стального тонкостенного швеллерового профиля с учетом влиянием депланационной составляющей нагрузки в зависимости от различных способов закрепления расчётного стержня. Произведено сравнение аналитического решения с использованием методики В.З. Власова и Еврокода-3, а также численного метода конечных элементов с использованием оболочечной модели со значениями критических

нагрузок и напряжений, полученных эмпирическим путем. Произведено исследование деформации на несущую способность тонкостенного профиля.

Учебное пособие [30] является логическим продолжением [29] и подробно останавливается на основах применения численных методов для расчета тонкостенных стержней: применения метода Ритца в вариационной постановке задач строительной механики с применением метода конечных элементов. Подробно разобран процесс применения метода конечных элементов на основании двух теорий: бесдвиговой теории В.З. Власова и полусдвиговой теории В.И. Сливкера с вариативной аппроксимацией искомых функций перемещений. Представлены метод сопряжённой аппроксимации значений узловых усилий, полученных в результате решения системы уравнений метода конечных элементов. В поставленных задачах для обеих теорий был рассчитан открытый тонкостенный профиль, для полусдвиговой теории так же приведена методика расчета замкнутого профиля. Для всех полученных численных решений произведено сравнение с аналитическим.

В работе [31] освещены проблемы анализа напряженно-деформированного состояния в элементах тонкостенных конструкций открытого и замкнутого профилей. Авторами проанализирована степень влияния деформационной составляющей при общей оценке напряженно-деформируемого состояния тонкостенного стержня. На конкретных примерах (тонкостенный стержень с различным типом загрузки) представлена неприменимость гипотезы плоских сечений при анализе напряженно-деформируемого данных элементов: установлено, что изгибные напряжения в 1,5-3 раза меньше напряжений, возникающих от бимоментов в различных сечениях тонкостенного стержня. В качестве теории, позволяющей применять единый алгоритм при расчете тонкостенных конструкций из стержней открытого, замкнутого и комбинированного профилей, авторами предложено использование полусдвиговой теории В.И. Сливкера.

Очевидным апофеозом, вытекающим из перечисленных выше работ является кандидатская диссертация [32], в которой автор максимально ёмко сформулировал большую часть имеющихся у него мыслей касательно реализации численного метода расчета тонкостенных стержневых систем по полусдвиговой теории В.И. Сливкера. Автором получены аналитические решения для трёх наиболее применимых в практике расчетных схем с учетом различных видов аппроксимации координатных функций (кручения и деформации): линейной, смешанной и квадратичной. Для учёта влияния формы сечения на напряженно-деформированное состояние стержня автором получены специальные формулы. Результатом работы является подтверждение того факта, что конечный элемент, основанный на квадратичной аппроксимации базисных функций, является наиболее подходящим при анализе тонкостенных конструкций.

Дьяковым С.Ф. и Лалиным В.В. в статье [33] приводятся результаты построения и тестирования различных конечных элементов тонкостенного стержня открытого профиля, работающего на кручение с учетом деформаций сдвига. Выяснено, что учет деформации сдвига в статических задачах не дает сколько-нибудь значимого изменения решения, однако применение полусдвиговой теории позволяет разработать единый подход к расчету тонкостенных стержней открытого и замкнутого профилей. Утверждается, что аппроксимирование функций, имеющих разный порядок производных, полиномами разного порядка дает значительное увеличение скорости сходимости.

В статьях [34, 35] Белым Г.И. изложены отличительные особенности работы элементов стальных конструкций, выполненных из холодногнутых оцинкованных профилей. Отмечается, что местное случайное искривление наиболее сжатой части сечения существенно снижает несущую способность относительно тонких элементов малой гибкости. Произведены расчеты на прочность и устойчивость с учетом редуцированного сечения, согласно Еврокоду-3. Автором приводится методика определения оптимальных параметров сечения в зависимости от условной гибкости. Стержневые элементы, ослабленные потерей местной устойчивости и формы сечения, предлагается заменить на неослабленные с соответствующими эквивалентными догрузками.

В статье [36] произведено сравнение особенностей расчета стальных тонкостенных стержней по нормативным документам различных стран.

В статье [37] рассмотрены вопросы расчета прочности тонкостенных холодногнутых профилей с перфорацией стенки в виде просечек - термопрофилей. Произведен аналитический расчет устойчивости стенки профиля, как конструктивно анизотропной пластинки, в результате чего получены формулы для вычисления поправок к коэффициенту редуцирования сечения, учитывающие размеры и количество просечек. Установлено влияние поперечных сил на несущую способность термопрофилей на основании серии расчетов упругопластических деформаций в пространстве между просечками. Получены формулы для проверки прочности перфорированной стенки под действием поперечных сил, а для определения границы зоны допустимых параметров просечек предложена линейная интерполяционная формула.

В [38] исследована возможность использования местных пластических механизмов для характеристики временного сопротивления коротких тонкостенных холоднокатаных стальных элементов, подвергающихся внецентренному сжатию относительно малой оси симметрии поперечного сечения. Рассмотрены пять различных типов механизмов при сжатии с различными эксцентриситетами.

Коллективом авторов в работе [39] предлагается новая напряженно-деформированная модель учета упругой и неупругой локального изгиба тонкостенных стальных элементов на основе энергетического метода.

Предложенная модель была смоделирована на примере балки-колонны, работающей на осевое сжатие. Полученные результаты сравнивались с результатами экспериментальных изысканий. Было выяснено, что предложенная модель НДС может обоснованно рассчитать максимальную прочность и локальный изгиб тонкостенных стержней, находящихся под действием осевой сжимающей силы.

Простое аналитическое решение для напряжений и смещений коротких тонкостенных колонн открытых бисимметричных сечений, подвергающихся внецентренным осевым нагрузкам, предложено в статье [40]. Получены аналитические решения для профиля закрытой формы как для напряжений, так и для перемещений. Результаты исследования сравнены с численными испытаниями, выполненными посредством конечно-элементной оболочковой системы.

2. Задачи динамики тонкостенных стержней

Вопросы динамики тонкостенных стержней поднимались не столь часто, как задачи в статической постановке, однако и в этой области было произведено немало исследований. Одной из первых работ, посвященных колебаниям тонкостенных стержней, была диссертация Wai Keung [41]. В ней автор рассмотрел крутильные и изгибные колебания тонкостенных стержней несимметричного сечения с учетом деформации сдвига. В работе были получены спектры частот для разных граничных условий, а также произведено сравнение с результатами, полученными на основании обыкновенной теории стержней Бернулли-Эйлера. На основании экспериментальных данных был сделан вывод о том, что учет деформации сдвига имеет большое значение при расчете балок, имеющих небольшую длину.

Полусдвиговая теория Сливкера в применении к вопросам динамики тонкостенных стержней была исследована в статьях Лалина В.В. и Дьякова С.Ф. [42, 43]:

В работе [42] рассматриваются три теории крутильных колебаний однородных тонкостенных стержней в энергетической формулировке. Проанализированы дисперсионные зависимости и фазовые скорости крутильных волн по каждой из теорий. Первая теория – Тимошенко, отличающаяся от теории Сен-Венана фактом того, что угол кручения θ принимается функцией продольной координаты x и времени t . Вторая теория – Власова, отличие которой от теории Тимошенко заключается в том, что в выражении для кинетической энергии учитывается не только энергия вращения, но и депланации. И, наконец, третья теория – полусдвиговая Сливкера, при которой в записи кинетической энергии угол закручивания $\theta(x)$ и мера депланации $\beta(x)$ являются независимыми функциями. Установлено, что в коротковолновой волне фазовые скорости крутильной волны по теориям Тимошенко и Власова пропорциональны скорости распространения продольной волны, но достаточно сильно отличаются друг от друга; акустическая ветвь по теории Сливкера в том же диапазоне пропорциональна скорости крутильной волны. Основным преимуществом теории Сливкера является тот факт, что она позволяет обнаружить оптическую ветвь дисперсии, фазовая скорость которой в коротковолновом диапазоне близка к скорости продольной волны.

В статье [43] приводится метод построения матрицы масс пространственного тонкостенного стержня в рамках полусдвиговой теории Сливкера. Матрица масс построена для соответствующей ей матрицы жесткости конечного элемента, имеющего 14 степеней свободы. Полученная матрица масс была протестирована на задаче о нахождении спектра собственных частот крутильно-депланационных колебаний для однопролётной балки с жестким защемлением концов. Полученная матрица обеспечила хорошую сходимость результата, однако не позволила получить частоты оптической ветви дисперсии. Но это и не сильно важно, по большому счёту, так как в практическом применении нас интересуют скорее низшие частоты.

В диссертационной работе С.Ф. Дьякова [44] ставится вопрос возможности применимости полусдвиговой теории В.И. Сливкера к решению задач статики и динамики тонкостенных стержней. Исследователем были получены уравнения динамики тонкостенных стержней и аналитические решения ряда динамических задач в рамках обозначенной теории для стержней замкнутого и открытого профиля. Построена матрица жесткости и матрицы масс конечных элементов тонкостенных стержней для различных аппроксимаций функции перемещений. Получены универсальные выражения для функции угла закручивания и меры депланации, позволяющие получить решение статических задач для любых граничных условий. Конечным результатом исследования является алгоритм и программа для решения задач статики и динамики пространственных стержневых тонкостенных конструкций.

Геометрически нелинейные задачи колебаний тонкостенных стержней были рассмотрены в [45]. В этой работе были отброшены допущения о малости углов поворота при изгибе стержня, а в качестве силовых факторов кроме моментов и сил также принимался во внимание и бимомент. В результате автором была получена матрица жесткости для двухузлового конечного элемента с семью степенями свободы в каждом узле.

Одной из самых главных проблем в методе конечных элементов является получение матрицы жесткости в общей системе координат. Этой проблеме в рамках динамики пространственных стержневых систем посвящены работы [46, 47]. В них авторами получены матрицы жесткости в глобальной системе координат для случая колебаний геометрически нелинейных стержней, а также произведены численные эксперименты.

В работе [48], посвященной расчету тонкостенных стержней на ударную нагрузку, была получена система дифференциальных уравнений динамики тонкостенных стержней открытого профиля с учетом

деформации сдвига, а также произведены практические расчеты осадительных электродов промышленных электрофильтров, составленных из тонкостенных стержней.

В [49] были получены матрицы масс и матрицы жесткости систем тонкостенных стержней, с помощью которых были решены некоторые отдельные виды задач.

Большой вклад в изучение упругих волн, распространяющихся в стержнях под действием ударной и периодической нагрузки, был внесен Ерофеевым [50-54]. В его работах большую роль играют физическая и геометрическая нелинейность, которые проявляются в больших градиентах полей напряжений и деформаций, что в свою очередь может привести к повреждению конструкций. Закручивающиеся волновые фронты, рассмотренные автором, могут возникать в несущих конструкциях при интенсивной работе мощного оборудования, и представляют особую опасность для тонкостенных стержней.

Перспективными, в том числе с точки зрения динамики тонкостенных стержней, являются исследования Туснина [55-58], предложившего решать задачи для тонкостенных элементов с помощью особой матрицы жесткости четырнадцатого порядка. Особенность этой матрицы жесткости состоит в том, что она кроме чистого кручения, учитывает также и деформацию сдвига от стесненного кручения, поэтому результаты определения напряженно-деформируемого состояния, полученные при помощи этой матрицы, имеют очень большую точность. Однако такой подход имеет некоторые недостатки. Во-первых, он требует достаточно большой вычислительной мощности компьютера, решающего систему уравнений метода конечных элементов. Во-вторых, при решении практических задач, матрицы жесткости тонкостенных стержней должны каким-либо образом объединяться с матрицами жесткости обыкновенных стержней, что представляет собой серьезную проблему. Кроме того, матрица масс для такого элемента также должна составляться не тривиальным способом.

В работах [59-62] были изучены колебания тонкостенных стержней с учетом сдвиговой деформации, в том числе от действия ударной и кратковременной нагрузки. Рассматривая удар стержня массивным телом, автор определяет параметры контактной силы на основе теории Герца, а полученное интегральное уравнение решает численно – с помощью метода Эйлера. С помощью полученных результатов можно оценивать жесткость и прочность тонкостенных стержней при динамических воздействиях. Также в упомянутых работах затронута тема диссипации энергии при колебаниях тонкостенных стержней.

Похожая проблема рассматривалась в работе [63], посвященной демпфированию вибраций систем тонкостенных стержней.

3. Задачи устойчивости тонкостенных стержней

Особенность работы тонкостенных стержней есть в том, что потеря несущей способности может происходить как при общей потере устойчивости, так и при местной потере устойчивости.

Существует три формы общей потери устойчивости, такие как: изгибная, крутильная, изгибно-крутильная.

В работе [64] Аскинази В.Ю. подробно исследованы формы потери устойчивости в зависимости от различных случаев напряженного состояния стержня и его геометрических, и физических характеристик. Исследование изгибных форм потери устойчивости центрально-сжатых стержней, по результатам работы, зависят исключительно от соотношения жесткостей торцевых сечений. Исследование изгибно-крутильных форм потери устойчивости внецентренно-сжатых двутавровых стержней переменной жесткости с постоянной шириной поясов показало: изгибные формы для стержней с любой комбинацией односторонних концевых эксцентриситетов при одних и тех же углах наклона поясов отличаются незначительно и могут быть приняты равными, крутильные формы оказываются весьма различными и зависят от угла наклона поясов. Исследование изгибно-крутильных форм потери устойчивости внецентренно-сжатых двутавровых балок переменной жесткости, у которых переменная ширина и высота поясов, показало, что формы кардинально зависят от комбинации угла наклона и сужения поясов. Стеснение деформации оказывает решающую роль на величину критической силы и формы потери устойчивости.

В работе [65] впервые в общем виде решена задача деформационного расчета и устойчивости для стержней произвольного профиля (открытого, замкнутого и комбинированного) при действии продольной силы, приложенной с двухосным эксцентриситетом при наличии распределенных по длине стержня деформационных связей. Решение системы дифференциальных уравнений задачи проведено путем сочетания точного интегрирования с методом Бубнова-Галеркина. Установлено, что уровень продольной силы линейно влияет на величину прогибов, углов закручивания и усилий в поперечных сечениях.

Развитие исследования применения метода конечных элементов, произведенная Дьяковым С.Ф. и Лалиным В.В. в работе [33], продолжена Кудиновым В.В. в диссертации [66]. В данной работе исследовано применение МКЭ для решения задач устойчивости тонкостенных стержней в рамках полусдвиговой теории Сливкера. Автором были построены матрицы жесткости для конечных элементов с шарнирными узлами различного типа. Произведенное сравнение расчета формы потери устойчивости методом конечных элементов и аналитическими формулами показали хорошую сходимость результатов.

В работе [67] проведены натуральные испытания фермы-покрытия пролетом 15 метров из холодногнутых С-образных профилей, изготовленных из рулонной оцинкованной стали толщиной 2 мм

методом непрерывной прокатки. Сопоставляются результаты эксперимента и расчеты, выполненного с учетом потери местной и общей устойчивости сжатых профилей.

В статье [68] исследован сжатый стержень просечно-растяжного профиля. По результатам расчетов получено, что потеря местной устойчивости характерна для сжатых стоек высотой до 2 метров, а потеря общей устойчивости для сжатых стоек высотой более 3 метров. Увеличение толщины сечения при неизменных оставшихся геометрических размерах ведет повышает вероятность общей потери устойчивости. Увеличение высоты стенки сечения при неизменных остальных геометрических размерах понижает вероятность потери общей устойчивости.

В статье Назмеевой Т.В. [69] были проведены натуральные испытания и численные исследования тонкостенных элементов С-образного профиля. Исследования показали, что форма потери устойчивости зависит от перфорации сечения. Потеря общей устойчивости перфорированного С-образного профиля происходит по изгибной форме, а сплошного по изгибно-крутильной. Также в работе показано, что соотношение высоты профиля к его толщине оказывает влияние на несущую способность профиля, а механические свойства стали – нет.

Дальнейшим развитием темы устойчивости перфорированного С-образного профиля Назмеевой Т.В. является диссертация [70], в которой рассмотрена несущая способность сжатых стоек неравнополочного С-профиля. Автором установлено, что на несущую способность стоек из обозначенного выше типа профилей влияют: геометрия сечения; наличие просечек в стенке профиля; начальные несовершенства; неоднородное начальное напряженно-деформированное состояние, полученное в результате особенностей технологии изготовления профиля; расположение эффективных зон сечения и размер отгиба; величина редуцированной площади. Были сформулированы предложения по учету влияния наличия просечек в профиле при помощи коэффициента условий работы в зависимости от условной гибкости элемента. Кроме того, автором разработаны рекомендации по проектированию, изготовлению и монтажу стеновых панелей из холодногнутого С-профиля

Эккер Г. также исследовал в [71] перфорированные профили стальных тонкостенных конструкций, но изопараметрическим методом конечных полос.

Для определения критической силы при потере устойчивости Пала М. в работе [72] использовал нейронные сети.

В статье [73] автор исследует упругую местную устойчивость стальных холодногнутых элементов при помощи генетического программирования.

В работе [74] представлена модель для анализа потери устойчивости тонкостенного элемента, рассматривающая обогащение поля смещения для точного представления трехмерного поведения конструкций. Предложен критерий определения локальных и общих случаев потери устойчивости, и возможного учета взаимодействий данных видов устойчивостей при расчетах.

Местная потеря устойчивости. Учёт формы сечения

Отдельным блоком необходимо упомянуть работы, посвященные влиянию редукции поперечного сечения тонкостенных профилей на напряженно-деформированное состояние, учет данного фактора при расчетах и оптимизации выбора непосредственно самих сечений. Данные публикации особенно ценны тем, что до принятия в рабочей практике СП 260.1325800.2016 [1] редукция сечения российскими нормами никак не учитывалась несмотря на то, что она, как и возникающее вследствие местная потеря устойчивости могут оказывать значительное влияние на общую устойчивость тонкостенного элемента.

Широчайшее применение в области определения несущей способности тонкостенной конструкции находит бессдвиговая теория В.З.Власова [25], но и она не лишена недостатков, так как согласно гипотезам предполагает жесткую форму сечения стержня и не учитывает местную потерю устойчивости.

В работе [75, 76] рассмотрены особенности определения несущей способности легких тонкостенных стальных конструкций на примере североамериканских норм проектирования и Eurocode 3. Учет возможной потери местной устойчивости в двух нормах учитывается одинаково, по эффективному сечению. Данные нормы основаны на методиках по определению частей сечения, выходящих из работы при потере местной устойчивости.

В работе [77] Белый Г.И. предлагает более обоснованный подход для определения влияния редукции сечения на примере бифуркационной задачи устойчивости внецентренно-сжатого тонкостенного стержня, для которой Белый Г.И. применил свою концепцию редуцированного сечения, являющую сутью физического процесса потери устойчивости и влияния редукции сечения, где редукция сечения принимается с учетом влияния деформированного состояния стержня.

В своих последующих статьях Белый Г.И. [78, 79] описывают влияние учета редуцированности сечения на устойчивость стальных тонкостенных элементов. Показано влияние потери местной устойчивости на общую устойчивость стержневых элементов из спаренных тонкостенных холодногнутых профилей по изгибной, изгибно-крутильной и пространственной формам. Приведено сравнение результатов расчета на общую устойчивость по методике, соответствующей основополагающим положениям российских норм проектирования, и Еврокода-3. При многофакторном нагружении несимметричное редуцированное сечение

предлагается заменять нередуцированным с догружением стержневого элемента фиктивной силой, компенсирующей редуциацию.

В работе [80] приведены результаты численных исследований методом конечных элементов напряженно-деформированного состояния П-образного стального тонкостенного профиля. Представлено его редуцирование, основанное на учете изменения несущей способности профиля, по нормам проектирования Европейского союза EN 1993-1-5 и американским нормам AISI100-2007. Для рассматриваемого профиля определена эффективная (расчетная) площадь поперечного сечения, учитывающая возможность потери местной устойчивости.

Статья [81] включает в себя исследование формы потери устойчивости характерных участков поперечного сечения стенового элемента стального бескаркасного здания. Расчетный элемент - профилированный лист с шарнирным опиранием, в поперечном сечении которого присутствуют дополнительные элементы жесткости. Формы потери устойчивости определялись в проектно-вычислительном комплексе SolidWorks линейным статическим расчетом. Показано влияние длины характерного участка и толщины используемой стали на форму потери устойчивости. Сделан вывод о допустимости применения методики редуцирования, представленной в Еврокоде 1993-1-3.

В работе [82] на основании Еврокода-3 авторами определено влияние редуцированное сечения для двух тонкостенных сигма-профилей. В зависимости от характера и степени нагружения были подобраны наиболее оптимальные сечения.

Большое количество работ по местной потере устойчивости, написанные иностранными авторами, например: статья [83] Чу К. об исследовании потери местной устойчивости стальных холодногнутых швеллеровых балок при равномерно распределенной нагрузке, статья [80] Ли Л. И Чен Дж. получили аналитическую модель для определения устойчивости формы сечения С-образных и Z-образных профилей.

Исследование изгиба тонкостенных элементов, имеющих поперечные сечения с изогнутыми частями описано в [84]. Произведены численные исследования, включающие линейный анализ изгиба и нелинейный анализ конечно-элементной схемы, учитывающей большое количество различных типов сечений. На основании результатов исследования сделан вывод, что деформация скругленных элементов имеет решающее значение только в случае нестандартных геометрических форм поперечного сечения.

В работах [85-87] исследовано влияние формы сечения на металлоемкость стальных тонкостенных конструкций, с учетом сохранения их высоких расчетных показателей. Определены наиболее оптимизированные варианты поперечных сечений.

5. Моделирование КЭ-схемы и реализация в расчётных программных комплексах

При проектировании сооружений из стальных тонкостенных конструкций важным этапом является определение напряженно-деформированного состояния стержней, что в современном строительстве зачастую делается при помощи специализированных программных пакетов, основанных на методе конечных элементов. Поскольку теория расчета тонкостенных стержней появилась относительно недавно, то ее реализация в вычислительных комплексах пока остается на низком уровне, хотя исследований, позволяющих строить различные матрицы жесткости таких стержней, было произведено в достаточном количестве.

Как уже было упомянуто ранее, фактическим основоположником теории расчета тонкостенных стержней является Власов В.З. [25]. С точки зрения метода конечных элементов, недостатком теории Власова является зависимость меры депланации стержня от угла закручивания. К тому же, одной из гипотез этой теории является отсутствие деформаций сдвига в срединной поверхности стержня, поэтому в некоторых инженерных задачах результаты расчета могут иметь большую погрешность.

Для отказа от гипотезы об отсутствии деформации сдвига рядом авторов были предложены различные модели тонкостенных стержней, учитывающие влияние этого фактора на напряженно-деформируемое состояние стержня. Например, в [88] это было сделано на основании энергетических соображений.

Так называемая полусдвиговая теория тонкостенных стержней была разработана Сливкером в [28]. Достоинством этой теории является простота и компактность по сравнению со сдвиговой, а также повышенная точность относительно теории Власова, за счет учета деформации сдвига.

На основании этих и других теорий написано большое количество работ, предлагающих различные варианты исполнения метода конечных элементов для решения задач с тонкостенными стержнями.

Существуют следующие способы расчета тонкостенных стержневых систем методом конечных элементов:

– Использование оболочечных конечных элементов

При данном методе расчетная модель (в нашем случае, тонкостенный профиль) разбивается на узлы, обладающие 6 степенями свободы, и конечные элементы. Соответственно, нагрузка сводится аналогично к 6 компонентам для каждого из узлов. В результате составления общей матрицы жёсткости системы и решения глобальной системы дифференциальных уравнений выясняются перемещения по 6 направлениям (степеням свободы) для каждого узла. Дальше немного магии – происходит переход от напряженного состояния узлов к напряжениям внутри конечно-элементных пластин.

Основные недостатки данного метода: сложность и трудоёмкость построения модели; возрастание числа конечных элементов на порядки по сравнению со стержневой моделью.

– Использование «тонкостенных» конечных элементов с дополнительно введённой связью

Теория В.З. Власова реализована конечно-элементным методом в работах Туснина А.Р [55-58]. По задумке автора конструкция делится на отдельные тонкостенные конечные элементы, имеющие по 7 степеней свободы в каждом узле.

Основные недостатки данного метода: предлагаемые автором конечные элементы построены на основе аналитических решений для отдельных элементов, а некоторые коэффициенты при компонентах матриц жесткости являются отношением гиперболических функций, знаменатель которых может быть близок нулю; к тому же данные конечные элементы неприменимы для расчета тонкостенных стержней замкнутого и комбинированного профилей

– Использование бистержневой модели

Модель, предложенная А.В. Перельмутером и А.И. Сливкером [27] построена для стержневого элемента с 6 степенями свободы в узлах на основе ряда энергетических соображений. Для расчёта используется механическая система из двух равнопротяжённых стержней: основного и фиктивного (рис.4). Принимаем углы поворота данных стержней равными относительно оси X. На перемещения фиктивного стержня в осевом направлении и в направлении одной из главных осей инерции накладываются связи. Короче говоря, при закручивании основного стержня, фиктивный приобретает поперечные перемещения, вызывающие его изгиб. Энергия деформации в бистержневой модели является суммой энергий в основном и фиктивном стержнях, рассмотренных в отдельности. Чтобы данная энергия была эквивалентна исходному рассчитываемому тонкостенному стержню, необходимо крутильную жесткость фиктивного стержня принять равной нулю, а также назначить крутильную жесткость основному стержню и изгибную – фиктивному.

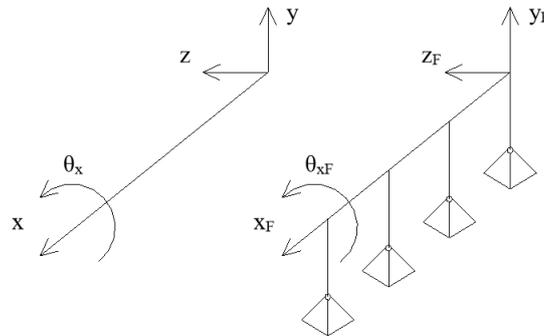


Рисунок 4. Основной и фиктивный стержни бистержневой модели [100]

В [89] был предложен двухузловой конечный элемент с четырьмя степенями свободы в каждом узле. Такой конечный элемент имеет матрицу жесткости восьмого порядка и может применяться для моделирования пластин или плит.

Емкое исследование конечных элементов, моделирующих тонкостенные стержневые системы, было проделано в [90, 91] Лалиным В.В. и др. Авторами были рассмотрены различные виды аппроксимации функций кручения и депланации, решены задачи о нахождении внутренних силовых факторов в конечном элементе тонкостенного стержня, а также исследованы вопросы сходимости предложенных конечных элементов

В статье [92] Лалиным В.В. и другими авторами произведена компоновка матриц жесткости тонкостенных конечных элементов различных типов в соответствии с полусдвиговой теорией Сливкера. Рассмотрено три различных аппроксимации (линейная, квадратичная и кубическая) функций кручения и депланации для элементов с различным количеством узлов и степеней свободы.

Конечно-элементное представление узла соединения тонкостенных стержней было рассмотрено в [93-95].

Вопросы динамики тонкостенных стержней, а также статические задачи с учетом пластичности стали были подняты в [96].

В [97] плоская стержневая система моделировалась в программе Ansys, причем каждому узлу присваивалось 7 степеней свободы. Таким образом, в матрице жесткости элемента появились дополнительные компоненты, а в матрицах-столбцах узловых перемещений и узловых нагрузок добавится по одному компоненту на каждый узел: соответственно относительной депланации узла и узлового бимоменты.

Ряд численных экспериментов с различными конечными элементами был произведен в [98]. Одним из результатов этой работы можно считать предложенный суперэлемент с конструктивными ребрами жесткости, который моделирует систему тонкостенных стержней и может являться альтернативой для обычных конечных элементов.

Тонкостенные балки, имеющие переменное по длине поперечное сечение, и построение их матрицы жесткости представлены в [99]. Для получения матрицы жесткости использовались полиномы n -степени, причем число n принималось за произвольный параметр. С помощью полученных конечных элементов были решены некоторые численные задачи, в том числе для шарнирно опертых тонкостенных балок швеллерового и двутаврового сечения.

Стоит отметить конечно-элементные модели, построенные для упруго-пластичных тонкостенных стержней в [100]. Особое внимание в этой работе уделялось местным деформациям, а также искажению поперечного сечения стержня. Полученная уточненная конечно-элементная модель была проверена в ряде численных задач и получила удовлетворительные результаты в сравнении с экспериментальными данными.

Так называемая иерархическая конечно-элементная модель для моделирования тонкостенного стержня в задачах статики и динамики была рассмотрена в [101, 102]. Для получения разрешающих уравнений неизвестные функции перемещений аппроксимировались различными полиномами, а затем применялся энергетический подход. Полученные результаты применялись для стержней коробчатого, швеллерового и двутаврового сечения.

Конечный элемент для представления тонкостенных балок мостового настила был предложен в [103]. В этой работе особое внимание уделяется стесненному кручению тонкостенных стержней открытого и закрытого профиля, поэтому каждый узел конечного элемента обладает семью степенями свободы. В качестве оси каждого стержня принимается линия, проходящая через центры тяжести сечений. Предложенная модель позволяет проводить упрощенный анализ тонкостенного стержня при произвольных граничных условиях и статических и динамических нагрузках, но самые точные результаты могут быть получены при расчете балок мостового покрытия.

Практические указания по построению расчетной конечно-элементной модели перфорированного тонкостенного стержня открытого сечения в программно-вычислительном комплексе SCAD предложены в статьях [104, 105].

В работе [106] также было произведено исследование прочности холодногнутого просечно-растяжного профиля на растяжение и сжатие, для чего была разработана математическая модель с использованием метода конечных элементов. Кроме того, был проведен ряд экспериментов, результаты которых отличны от показателей, полученных путем моделирования пластинчатыми конечными элементами на 6%, стержневыми конечными элементами, имеющими 6 степеней свободы – на 20%.

Автором статьи [107] отмечается, что Конечно-элементный расчет стальных тонкостенных конструкций стандартными программными продуктами затруднителен в следствие неучитывания стесненного кручения конструктивных элементов при стержневой аппроксимации, что, в свою очередь, заметно сказывается на точности определения напряженно-деформированного состояния конструкции. Использование оболочковых конечных элементов приводит к возрастанию числа узлов и элементов по сравнению со стержневой аппроксимацией в несколько раз, что затрудняет расчет сложных конструкций. В работе приведена методика применения стержневого конечного элемента, имеющего 7 степеней свободы, «СВЕАМ» в программном комплексе MSC Patran-Nastran. Рассчитанные напряжения и перемещения в точках поперечных сечений балки при использовании данного конечного элемента не противоречат аналогичным величинам, найденным при оболочечной и трехмерной аппроксимациях.

Решение задачи о продольно-поперечном изгибе балки в наиболее распространенных на территории России программных комплексах, реализующих метод конечных элементов, описано в статье [108]. Авторами сделан вывод, что для решения подобного класса задач с условием расхождения полученных результатов с аналитическим решением менее 5%, подходят программные комплексы ЛИРА-САПР 2015 и SAP2000.

Численное исследование проверки устойчивости тонкостенных стальных систем и оценка критической нагрузки были исследованы в [109] с помощью программного комплекса Ansys с учетом местных, глобальных и деформационных особенностей действия нагрузжений.

6. Заключение

Подводя итоги аналитического обзора публикаций можно сделать следующие выводы:

1. Несмотря на факт вступления в силу свода правил, регламентирующего проектирование конструкций с применением тонкостенных стальных элементов [1], использование иных, более прогрессивных и точных расчетных методов по-прежнему актуально. Не в последнюю очередь это связано с несовершенством введенного нормативного документа и большого количества неоднозначных моментов в нём имеющих. Необходим более детальный разбор и анализ, предлагаемых сводом правил решений, основанный на опыте реального проектирования конструкций, выполненных из тонкостенных элементов.

2. Использование легких стальных тонкостенных конструкций не ограничивается малоэтажным жилым и производственным строительством. Актуально применение ЛСТК в домах средней и большой этажности, мостовых конструкциях, реставрационных работах, сложных климатических условиях.

3. Неприменимость гипотезы плоских сечений для расчета тонкостенных стержней является основным фактором разработки новых методик расчета напряженно-деформированного состояния данных элементов. Применение и развитие полусдвиговой теории В.И. Сливкера в решении указанного класса задач, позволяет добиться не только повышение точности результатов расчетов в сравнении с бессдвиговой теорией

В.З. Власова, но и дает возможность разработать единый подход к расчету тонкостенных стержней открытого и замкнутого профилей, что в перспективе, должно заметно облегчить труд проектировщиков стальных тонкостенных конструкций.

4. Для решения задач динамики тонкостенных стержней актуальным является использование матрицы жесткости четырнадцатого порядка, учитывающей деформацию сдвига от стесненного кручения. Результаты определения напряженно-деформируемого состояния, полученные при помощи этой матрицы, имеют очень большую точность. Однако данная методика требует значительных доработок, как в оптимизации расчетного алгоритма, так и связи работы тонкостенных стержней с обычными.

5. Большим количеством ученых произведено исследование формы потери устойчивости в зависимости от напряженного состояния стержня, его геометрических и физических характеристик. Для получения точных результатов предложена более обоснованная концепция редуцированного сечения. Определено влияние перфорации сечения на форму потери устойчивости: для просечно-растяжного стержня были выявлены характерные длины в пределах которых характер потери устойчивости не меняется, а также рассмотрено влияние изменения отношения геометрических размеров сечения на потерю устойчивости. Также для исследования работы стальных тонкостенных элементов начинают применяться современные методы расчета с использованием нейронных сетей и генетического программирования.

6. Расчет тонкостенных стальных конструкций с применением конечно-элементной модели в специализированных программных комплексах актуален ввиду своей скорости и относительной унификации. На данный момент разработано несколько методик построения конечно-элементной модели: использование стержневых элементов с дополнительной степенью свободы, оболочковых конечных элементов, суперэлементы с ребрами жесткости. Важным является определение наиболее оптимальных способов аппроксимации функций искомых перемещений при построении матриц жесткости конечно-элементной системы.

7. Особо актуально на данный момент создание специального расчетного алгоритма, выполненного на основе полусдвиговой теории Сливкера в конечно-элементной форме, как наиболее универсальной и математически простой из всех существующих теорий расчета тонкостенных стержней, позволяющего автоматизировать и ускорить процесс расчета тонкостенных стержневых систем.

Литература

- [1]. СП 260. 1325800.2016 «Конструкции стальные тонкостенные»
- [2]. Демидов С.В., Мошкова Е.А. Целесообразность применения термопрофильных ЛСТК-панелей // В сборнике: Череповецкие научные чтения - 2014. Материалы Всероссийской научно-практической конференции. Отв. ред. К.А. Харахнин. 2015. С. 113-115.
- [3]. СП 16.13330.2011 «Стальные конструкции» (Актуализированная редакция СНиП II-23-81*)
- [4]. СП 53-102-2004 «Общие правила проектирования стальных конструкций
- [5]. Eurocode-3. Design of steel structure
- [6]. Ватин Н.И., Жмарин Е.Н., Куражова В.Г., Усанова К.Ю. Конструирование зданий и сооружений. Легкие стальные тонкостенные конструкции. Систем. требования: AdobeAcrobatReader. URL: <http://dl.unilib.neva.ru/dl/2/3400.pdf> (дата обращения: 20.09.2017)
- [7]. Альхименко А.И., Ватин Н.И., Рыбаков В.А. Технология легких стальных тонкостенных конструкций. СПб: Изд-во СПбГПУ, 2008. 27 с.
- [8]. Игнатъева К.Э. Технология строительства из ЛСТК // В сборнике: Актуальные проблемы архитектуры, строительства, экологии и энергосбережения в условиях Западной Сибири Сборник материалов международной научно-практической конференции : в 2 томах. Тюменский государственный архитектурно-строительный университет. 2015. с. 98-100.
- [9]. Реконструкция крыш Санкт-Петербурга на основе легких стальных тонкостенных конструкций и антиобледенительной системы / Петров К.В., Золотарева Е.А., Володин В.В., Ватин Н.И., Жмарин Е.Н. // Инженерно-строительный журнал. 2010. № 2. С. 59-64.
- [10]. Быстровозводимые малоэтажные жилые здания с

References

- [1]. SP 260. 1325800.2016 «Konstruktsii stalnyye tonkostennyye»
- [2]. Demidov S.V., Moshkova Ye.A. Tselesoobraznost primeneniya termoprofilnykh LSTK-paneley // V sbornike: Cherepovetskiye nauchnyye chteniya - 2014. Materialy Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. Otv. red. K.A. Kharakhnin. 2015. Pp. 113-115.
- [3]. SP 16.13330.2011 «Stalnyye konstruktsii» (Actualized redaction SNiP II-23-81*)
- [4]. SP 53-102-2004 «Obshchiye pravila proyektirovaniya stalnykh konstruktsiy
- [5]. Eurocode-3. Design of steel structure
- [6]. Vatin N.I., Zhmarin Ye.N., Kurazhova V.G., Usanova K.Yu. Konstruirovaniye zdaniy i sooruzheniy. Legkiye stalnyye tonkostennyye konstruktsii. System requirements: AdobeAcrobatReader. URL: <http://dl.unilib.neva.ru/dl/2/3400.pdf> (data obrashcheniya: 20.09.2017)
- [7]. Alkhimenko A.I., Vatin N.I., Rybakov V.A. Tekhnologiya legkikh stalnykh tonkostennykh konstruktsiy. SPb: Izd-vo SPbGPU, 2008. 27 p.
- [8]. Ignatyeva K.E. Tekhnologiya stroitelstva iz LSTK // V sbornike: Aktualnyye problemy arkhitektury, stroitelstva, ekologii i energosberezheniya v usloviyakh Zapadnoy Sibiri Sbornik materialov mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii: v 2 tomakh. Tyumenskiy gosudarstvennyy arkhitekturno-stroitelnyy universitet. 2015. Pp. 98-100.
- [9]. Rekonstruktsiya krysh Sankt-Peterburga na osnove legkikh stalnykh tonkostennykh konstruktsiy i antiobledenitelnoy sistemy / Petrov K.V., Zolotareva Ye.A., Volodin V.V., Vatin N.I., Zhmarin Ye.N. // Inzhenerno-stroitelnyy zhurnal. 2010. No. 2. Pp. 59-64.

- применением легких стальных тонкостенных конструкций / Павлов А.Б., Айрумян Э.Л., Камынин С.В., Каменщиков Н.И. // Промышленное и гражданское строительство. 2006. № 9. С. 51-53.
- [11]. Мезенцева Е.А., Лушников С.Д. Быстровозводимые здания из легких стальных конструкций // Вестник МГСУ. Спецвыпуск. 2009. № 1. С. 62-64.
- [12]. Никитина А.В. Быстровозводимые здания из лёгких стальных тонкостенных конструкций (ЛСТК) // Современные тенденции развития науки и технологий. 2017. № 3-2. С. 123-126.
- [13]. Санникова О.А., Юшков Б.С. Малоэтажное строительство из легких тонкостенных конструкций // Экология и научно-технический прогресс. Урбанистика. 2013. Т. 2. С. 374-382.
- [14]. Туманян Г.А., Ильина Н.В. Преимущество использования легких стальных тонкостенных конструкций при возведении жилых домов // В сборнике: Инновационные технологии в строительстве и геологии Материалы II Международной научно-практической конференции. Петербургский государственный университет путей сообщения имени императора Александра I, Кафедра «Инженерная химия и естествознание». 2015. С. 61-63.
- [15]. Атавин И.В., Имескенов Т.Л., Иванова Е.Г. Лёгкие стальные тонкостенные конструкции в строительстве спортивных сооружений // Синергия Наук. 2016. № 6. С. 367-376.
- [16]. Советников Д.О., Виденков Н.В., Трубина Д.А. Легкие стальные тонкостенные конструкции в многоэтажном строительстве // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 3 (30). С. 152-165.
- [17]. Ватин Н.И., Синельников А.С. Холодногнутый стальной профиль в малых мостовых конструкциях // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2012. № 3. С. 39-51.
- [18]. Тарасов А.В., Тарасов И.В., Петухова И.Я. Рамная конструкция с несущими элементами нового типа сечения из тонколистовой оцинкованной стали // Международный научно-исследовательский журнал. 2015. № 11-4 (42). С. 131-134.
- [19]. Вержбовский Г.Б., Горохова Д.С. Рамные конструкции из легких стальных тонкостенных профилей // В сборнике: Актуальные процессы формирования науки в новых условиях. Сборник статей Международной научно-практической конференции. 2016. С. 23-25.
- [20]. Корсун Н.Д. Проблемы проектирования рамных конструкций из ЛСТК // В сборнике: Инвестиции, строительство и недвижимость как материальный базис модернизации и инновационного развития экономики. Материалы Пятой Всероссийской научно-практической конференции с международным участием: в 2 частях. под редакцией Т.Ю. Овсянниковой. 2015. С. 301-307.
- [21]. Экспериментальные исследования рамных конструкций из холодногнутой профилей повышенной жесткости / В.В. Зверев, К.Е. Жидков, А.С. Семенов [и др.] // Научный вестник Воронежского ГАСУ. Строительство и архитектура. – 2011. – №4 (24). – С. 20–24
- [22]. Сидоров Е.В. Перспектива применения ЛСТК в условиях крайнего севера // В сборнике: Новая наука: история становления, современное состояние, перспективы развития сборник статей международной научно-практической конференции: в 3 частях. 2017. С. 68-70.
- [23]. Корнилов Т.А., Герасимов Г.Н. Энергоэффективные [10]. Bystrovozvodimyye maloetazhnyye zhilyye zdaniya s primeneniym legkikh stalnykh tonkostennykh konstruksiy / Pavlov A.B., Ayrumyan E.L., Kamynin S.V., Kamenshchikov N.I. // Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitelstvo. 2006. No. 9. Pp. 51-53.
- [11]. Mezentseva Ye.A., Lushnikov S.D. Bystrovozvodimyye zdaniya iz legkikh stalnykh konstruksiy // Vestnik MGSU. Spetsvypusk. 2009. No. 1. Pp. 62-64.
- [12]. Nikitina A.V. Bystrovozvodimyye zdaniya iz legkikh stalnykh tonkostennykh konstruksiy (LSTK) // Sovremennyye tendentsii razvitiya nauki i tekhnologii. 2017. No. 3-2. Pp. 123-126.
- [13]. Sannikova O.A., Yushkov B.S. Maloetazhnoye stroitelstvo iz legkikh tonkostennykh konstruksiy // Ekologiya i nauchno-tekhnicheskij progress. Urbanistika. 2013. T. 2. Pp. 374-382.
- [14]. Tumanyan G.A., Ilna N.V. Preimushchestvo ispolzovaniya legkikh stalnykh tonkostennykh konstruksiy pri vozvedenii zhilykh domov // V sbornike: Innovatsionnyye tekhnologii v stroitelstve i geologii Materialy II Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. Peterburgskiy gosudarstvennyy universitet putey soobshcheniya imeni imperatora Aleksandra I, Kafedra «Inzhenernaya khimiya i yestestvoznaniye». 2015. Pp. 61-63.
- [15]. Atavin I.V., Imeskenov T.L., Ivanova Ye.G. Legkiye stalnyye tonkostennyye konstruksii v stroitelstve sportivnykh sooruzheniy // Sinergiya Nauk. 2016. No. 6. Pp. 367-376.
- [16]. Sovetnikov D.O., Videnkov N.V., Trubina D.A. Legkiye stalnyye tonkostennyye konstruksii v mnogoetazhnom stroitelstve // Stroitelstvo unikalnykh zdaniy i sooruzheniy. 2015. No. 3 (30). Pp. 152-165.
- [17]. Vatin N.I., Sinelnikov A.S. Kholodnognutyy stalnoy profil v malyykh mostovykh konstruksiyakh // Stroitelstvo unikalnykh zdaniy i sooruzheniy. 2012. No. 3. Pp. 39-51.
- [18]. Tarasov A.V., Tarasov I.V., Petukhova I.Ya. Ramnaya konstruksiya s nesushchimi elementami novogo tipa secheniya iz tonkolistovoy otsinkovannoy stali // Mezhdunarodnyy nauchno-issledovatel'skiy zhurnal. 2015. No. 11-4 (42). Pp. 131-134.
- [19]. Verzhbovskiy G.B., Gorokhova D.S. Ramnyye konstruksii iz legkikh stalnykh tonkostennykh profiley // V sbornike: Aktualnyye protsessy formirovaniya nauki v novykh usloviyakh. Sbornik statey Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. 2016. Pp. 23-25.
- [20]. Korsun N.D. Problemy proyektirovaniya ramnykh konstruksiy iz LSTK // V sbornike: Investitsii, stroitelstvo i nedvizhimost kak materialnyy bazis modernizatsii i innovatsionnogo razvitiya ekonomiki. Materialy Pyatoy Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiyem: v 2 chastyakh. pod redaktsiyey T.Yu. Ovsyannikovoy. 2015. Pp. 301-307.
- [21]. Eksperimentalnyye issledovaniya ramnykh konstruksiy iz kholodnognutyykh profiley povyshennoy zhestkosti / V.V. Zverev, K.Ye. Zhidkov, A.S. Semenov [i dr.] // Nauchnyy vestnik Voronezhskogo GASU. Stroitelstvo i arkhitektura. – 2011. – No.4 (24). – Pp. 20–24
- [22]. Sidorov Ye.V. Perspektiva primeneniya LSTK v usloviyakh kraynego severa // V sbornike: Novaya nauka: istoriya stanovleniya, sovremennoye sostoyaniye, perspektivy razvitiya sbornik statey mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii: v 3 chastyakh. 2017. Pp. 68-70.
- [23]. Kornilov T.A., Gerasimov G.N. Energoeffektivnyye

- решения соединения наружной стены с цокольным перекрытием малоэтажных домов из ЛСТК в условиях крайнего севера // Жилищное строительство. 2017. № 1-2. С. 36-41.
- [24]. Корнилов Т.А., Герасимов Г.Н. О некоторых ошибках проектирования и строительства малоэтажных домов из легких стальных тонкостенных конструкций в условиях крайнего севера // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 3. С. 41-45.
- [25]. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни. М.: Госиздатфизматлит, 1959. 508 с.
- [26]. Уманский А.А. Изгиб и кручение тонкостенных авиационных конструкций. М.: Оборониздат, 1939. 112 с.
- [27]. Уманский А.А. Расчет тонкостенных криволинейных балок // Труды научно-технической конференции ВВА им. Жуковского, вып. 2, 1944. 12 с.
- [28]. Сливкер В. И. Строительная механика. Вариационные основы. Учебное пособие. М.: Изд-во АСВ, 2005. 736 с.
- [29]. Рыбаков В.А. Основы строительной механики легких стальных тонкостенных конструкций: учеб. пособие. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2011. 207 с.
- [30]. Рыбаков В.А. Методы решения научно-технических задач в строительстве. Численные методы расчета тонкостенных стержней: учеб. пособие. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 201. 167 с.
- [31]. Рыбаков В.А. Гамаюнова О.С. Напряженно-деформированное состояние элементов каркасных сооружений из тонкостенных стержней // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2013. № 7 (12). С. 79-123.
- [32]. Рыбаков В.А. Применение полусдвиговой теории В.И. Сливкера для анализа напряженно-деформированного состояния систем тонкостенных стержней. Дис. канд. техн. наук. СПб, 2012. 184 с.
- [33]. Дьяков С.Ф., Лалин В.В. Построение и анализ конечных элементов тонкостенного стержня открытого профиля с учетом деформаций сдвига при кручении // Транспорт. Транспортные сооружения. Экология. 2011. № 2. С. 130-140.
- [34]. Белый Г.И. Методы расчета стержневых элементов конструкций из тонкостенных холодногнутых профилей // Вестник гражданских инженеров. 2014. № 4 (45). С. 32-37.
- [35]. Белый Г.И. Особенности работы стержневых элементов конструкций из оцинкованных гнутых профилей // Вестник гражданских инженеров. 2012. № 3. С. 99-103.
- [36]. Горохова Д.С., Вержбовский Г.Б. Особенности расчетов легких стальных тонкостенных элементов по нормативным документам различных стран // В книге: Строительство и архитектура - 2015 материалы международной научно-практической конференции. ФГБОУ ВПО "Ростовский государственный строительный университет", Союз строителей южного федерального округа, Ассоциация строителей Дона. 2015. С. 336-337.
- [37]. Зебельян З.Х. Основы расчета перфорированных пластинчатых элементов термопрофилей // Промышленное и гражданское строительство : научно-технический и производственный журнал. 2015. № 2. С. 17-23.
- [38]. Ungureanu V., Kotelko M., Karmazyn A., Dubina D. Plastic mechanisms of thin-walled cold-formed steel members in eccentric compression. Thin-Walled Structures. In press, corrected proof. Available online 10 October 2017. 12 p.
- resheniya soyedineniya naruzhnoy steny s tsokolnym perekrytiyem maloetazhnykh domov iz LSTK v usloviyakh kraynego severa // Zhilishchnoye stroitelstvo. 2017. No. 1-2. Pp. 36-41.
- [24]. Kornilov T.A., Gerasimov G.N. O nekotorykh oshibkakh proyektirovaniya i stroitelstva maloetazhnykh domov iz legkikh stalnykh tonkostennykh konstruksiy v usloviyakh kraynego severa // Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitelstvo. 2015. No. 3. Pp. 41-45.
- [25]. Vlasov V.Z. Tonkostennyye uprugiyе sterzhni. M.: Gosizdatfizmatlit, 1959. 508 p.
- [26]. Umanskiy A.A. Izgib i krucheniye tonkostennykh aviatsionnykh konstruksiy. M.: Oboronizdat, 1939. 112 p.
- [27]. Umanskiy A.A. Raschet tonkostennykh krivolineynykh balok // Trudy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii VVA im. Zhukovskogo, vyp. 2, 1944. 12 p.
- [28]. Slivker V. I. Stroitel'naya mekhanika. Variatsionnyye osnovy. Uchebnoye posobiye. M.: Izd-vo ASV, 2005. 736 p.
- [29]. Rybakov V.A. Osnovy stroitel'noy mekhaniki legkikh stalnykh tonkostennykh konstruksiy: ucheb. posobiye. SPb.: Izd-vo Politekhn. un-ta, 2011. 207 p.
- [30]. Rybakov V.A. Metody resheniya nauchno-tekhnicheskikh zadach v stroitelstve. Chislennyye metody rascheta tonkostennykh sterzhney: ucheb. posobiye. SPb.: Izd-vo Politekhn. un-ta, 201. 167 p.
- [31]. Rybakov V.A. Gamayunova O.S. Napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye elementov karkasnykh sooruzheniy iz tonkostennykh sterzhney // Stroitelstvo unikalnykh zdaniy i sooruzheniy. 2013. No. 7 (12). Pp. 79-123.
- [32]. Rybakov V.A. Primeneniye polusdvigovoy teorii V.I. Slivkera dlya analiza napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya sistem tonkostennykh sterzhney. Dis. kand. tekhn. nauk. SPb, 2012. 184 p.
- [33]. Dyakov S.F., Lalin V.V. Postroyeniye i analiz konechnykh elementov tonkostennogo sterzhnya otkrytogo profilya s uchetom deformatsiy sdviga pri kruchenii // Transport. Transportnyye sooruzheniya. Ekologiya. 2011. No. 2. Pp. 130-140.
- [34]. Belyy G.I. Metody rascheta sterzhnevyykh elementov konstruksiy iz tonkostennykh kholodnognutyykh profiley // Vestnik grazhdanskikh inzhenerov. 2014. No. 4 (45). Pp. 32-37.
- [35]. Belyy G.I. Osobennosti raboty sterzhnevyykh elementov konstruksiy iz otsinkovannykh gnutyykh profiley // Vestnik grazhdanskikh inzhenerov. 2012. No. 3. Pp. 99-103.
- [36]. Gorokhova D.S., Verzhbovskiy G.B. Osobennosti raschetov legkikh stalnykh tonkostennykh elementov po normativnym dokumentam razlichnykh stran // V knige: Stroitelstvo i arkhitektura - 2015 materialy mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. FGBOU VPO "Rostovskiy gosudarstvennyy stroitel'nyy universitet", Soyuz stroiteley yuzhnogo federal'nogo okruga, Assotsiatsiya stroiteley Dona. 2015. Pp. 336-337.
- [37]. Zebelyan Z.Kh. Osnovy rascheta perforirovannykh plastinchatykh elementov termoprofiley // Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitelstvo: nauchno-tekhnicheskyy i proizvodstvennyy zhurnal. 2015. No. 2. Pp. 17-23.
- [38]. Ungureanu V., Kotelko M., Karmazyn A., Dubina D. Plastic mechanisms of thin-walled cold-formed steel members in eccentric compression. Thin-Walled Structures. In press, corrected proof. Available online 10 October 2017. 12 p.

- [39]. Huu-Tai Thai, Brian Uy, Mahbub Khan. A modified stress-strain model accounting for the local buckling of thin-walled stub columns under axial compression. *Journal of Constructional Steel Research*. 2015. Vol. 111. pp. 57-69.
- [40]. Pavazza R., Vlak F., Vukasović M. Short Steel Thin-walled Columns Subjected to Eccentric Axial Loads. *Procedia Engineering*. 2016. Vol. 161. pp. 349-355.
- [41]. Tso Wai Keung. Dynamics of thin-walled beams of open section. Dissertation (Ph.D.). California Institute of Technology. 1964. 78 p.
- [42]. Дьяков С.Ф., Лалин В.В. Дисперсия крутильной волны, распространяющаяся в тонкостенном стержне // Интернет-журнал «Науковедение». 2013. №5(18). С. 34-42.
- [43]. Дьяков С.Ф., Лалин В.В. Построение и анализ конечного элемента тонкостенного стержня с учетом деформаций сдвига для решения задач динамики // Интернет-журнал «Науковедение». 2013. №5(18). С. 18-42.
- [44]. Дьяков С.Ф. Применение полусдвиговой теории В.И. Сливкера к решению задач статики и динамики тонкостенных стержней. Дис. канд. техн. наук. СПб, 2013. 147 с.
- [45]. Hsiao K., Wen Y., Chen R. Geometrically nonlinear dynamic analysis of thin-walled beams. *Proceeding of the worldcongress on engineering*. 2009. Vol. 2. pp. 124-139.
- [46]. Hsiao K. M., Lin J. Y. and Lin W. Y. A Consistent Co-Rotational Finite Element Formulation for Geometrically Nonlinear Dynamic Analysis of 3-D Beams. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*. 1999. Vol. 169. pp. 1-18.
- [47]. Chu Chang Huang, Wen Yi Lin, Fumio Fujii, and Kuo Mo Hsiao. An Explicit Method for Geometrically Nonlinear Dynamic Analysis of Spatial Beams. *Proceedings of the World Congress on Engineering 2015*. 2015. Vol 2. pp. 13-42.
- [48]. Чёфанова, Е. В. Динамика тонкостенных стержней при действии ударных нагрузок: Дис. канд. техн. наук. М., 2004. 129 с.
- [49]. Осокин А. В. Развитие метода конечных элементов для расчета си-стем, включающих тонкостенные стержни открытого профиля: Дис. канд. техн. наук. М., 2010. 134 с.
- [50]. Ерофеев В. И. Изгибно-крутильные, продольно-изгибные и продольно-крутильные волны в стержнях // Вестник научно-технического развития. 2012. Т. 5. С. 3–18.
- [51]. Ерофеев В. И., Зинченко А.С., Кажаяев В.В. Интенсивные продольно-крутильные волны в стержне // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. Т. 6. С. 24–27.
- [52]. Ерофеев В. И., Кажаяев В.В., Орехова О.И. Интенсивные изгибно-крутильные волны в упругом стержне // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2012. Т. 1. С. 11–15.
- [53]. Ерофеев В. И., Кажаяев В.В., Семерикова Н.П. Волны в стержнях. Дисперсия. Диссипация. Нелинейность. М.: Физматлит, 2002. 208 с.
- [54]. Ерофеев В. И., Орехова О.И. Дисперсия изгибно-крутильной волны, распространяющейся в балке // Приволжский научный журнал. 2011. Т. 2-3. С. 7–15.
- [55]. Туснин А. Р. Матрица жесткости тонкостенного стержня с несовпадением центров тяжести и изгиба // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2003. Т. 4. С. 12–13.
- [56]. Туснин А. Р. Расчет и проектирование конструкций из тонкостенных стержней открытого профиля. Дис.
- [39]. Huu-Tai Thai, Brian Uy, Mahbub Khan. A modified stress-strain model accounting for the local buckling of thin-walled stub columns under axial compression. *Journal of Constructional Steel Research*. 2015. Vol. 111. Pp. 57-69.
- [40]. Pavazza R., Vlak F., Vukasović M. Short Steel Thin-walled Columns Subjected to Eccentric Axial Loads. *Procedia Engineering*. 2016. Vol. 161. Pp. 349-355.
- [41]. Tso Wai Keung. Dynamics of thin-walled beams of open section. Dissertation (Ph.D.). California Institute of Technology. 1964. 78 p.
- [42]. Dyakov S.F., Lalin V.V. Dispersiya krutilnoy volny, rasprostranyayushchayasya v tonkostennom sterzhne // Internet-zhurnal «Naukovedeniye». 2013. No.5(18). Pp. 34-42.
- [43]. Dyakov S.F., Lalin V.V. Postroyeniye i analiz konechnogo elementa tonkostennogo sterzhnya s uchetom deformatsiy sdviga dlya resheniya zadach dinamiki // Internet-zhurnal «Naukovedeniye». 2013. No.5(18). Pp. 18-42.
- [44]. Dyakov S.F. Primeneniye polusdvigovoy teorii V.I. Slivkera k resheniyu zadach statiki i dinamiki tonkostennykh sterzhney. Dis. kand. tekhn. nauk. SPb, 2013. 147 p.
- [45]. Hsiao K., Wen Y., Chen R. Geometrically nonlinear dynamic analysis of thin-walled beams. *Proceeding of the worldcongress on engineering*. 2009. Vol. 2. Pp. 124-139.
- [46]. Hsiao K. M., Lin J. Y. and Lin W. Y. A Consistent Co-Rotational Finite Element Formulation for Geometrically Nonlinear Dynamic Analysis of 3-D Beams. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*. 1999. Vol. 169. Pp. 1-18.
- [47]. Chu Chang Huang, Wen Yi Lin, Fumio Fujii, and Kuo Mo Hsiao. An Explicit Method for Geometrically Nonlinear Dynamic Analysis of Spatial Beams. *Proceedings of the World Congress on Engineering 2015*. 2015. Vol 2. Pp. 13-42.
- [48]. Chefanova, Ye. V. Dinamika tonkostennykh sterzhney pri deystvii udarnykh nagruzok: Dis. kand. tekhn. nauk. M., 2004. 129 p.
- [49]. Osokin A. V. Razvitiye metoda konechnykh elementov dlya rascheta si-stem, vklyuchayushchikh tonkostennyye sterzhni otkrytogo profilya: Dis. kand. tekhn. nauk. M., 2010. 134 p.
- [50]. Yerofeyev V. I. Izgibno-krutilnyye, prodolno-izgibnyye i prodolno-krutilnyye volny v sterzhnyakh // Vestnik nauchno-tekhnicheskogo razvitiya. 2012. T. 5. Pp. 3–18.
- [51]. Yerofeyev V. I., Zinchenko A.S., Kazhayev V.V. Intensivnyye prodolno-krutilnyye volny v sterzhne // Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin. 2011. T. 6. Pp. 24–27.
- [52]. Yerofeyev V. I., Kazhayev V.V., Orekhova O.I. Intensivnyye izgibno-krutilnyye volny v uprugom sterzhne // Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin. 2012. T. 1. Pp. 11–15.
- [53]. Yerofeyev V. I., Kazhayev V.V., Semerikova N.P. Volny v sterzhnyakh. Dispersiya. Dissipatsiya. Nelineynost. M.: Fizmatlit, 2002. 208 p.
- [54]. Yerofeyev V. I., Orekhova O.I. Dispersiya izgibno-krutilnoy volny, rasprostranyayushcheyasya v balke // Privolzhskiy nauchnyy zhurnal. 2011. T. 2-3 Pp. 7–15.
- [55]. Tusnin A. R. Matritsa zhestkosti tonkostennogo sterzhnya s nesovpadeniym tsentrov tyazhesti i izgiba // Montazhnyye i spetsialnyye raboty v stroitelstve. 2003. T. 4. Pp. 12–13.
- [56]. Tusnin A. R. Raschet i proyektirovaniye konstruksiy iz tonkostennykh sterzhney otkrytogo profilya. Dis. dokt.

- докт. техн. наук. М., 2003.
- [57]. Туснин А. Р. Тонкостенный конечный элемент для расчета стержневых конструкций // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2003. Т. 3. С. 2–4.
- [58]. Туснин А. Р. Точность расчета тонкостенного стержня открытого профиля методом конечных элементов // Промышленное и гражданское строительство. 2003. Т. 6. С. 59–60.
- [59]. Мещеряков В.Б., Курбацкий Е.Н. Приближенная оценка ускорений в балке при кратковременном действии поперечной силы. // Тр. МИИТа. 1976. № 509. С. 26-31.
- [60]. Мещеряков В.Б. О распространении изгибно-крутильных волн в тонкостенных стержнях открытого профиля. // ПММ. 1977. т. 41. №. 2. С. 372-375.
- [61]. Мещеряков В.Б., Пономарева Е.В., Чефанова Е.В. Динамические уравнения тонкостенного стержня открытого профиля с учетом деформаций сдвига. // Межвузовский тематический сборник научных трудов. ОмГАПС. 1995. С. 14-19
- [62]. Мещеряков В.Б., Сорин Ю.Ю. Напряженно-деформированное состояние тонкостенного стержня при эксцентричном продольном ударе // Вопросы механики строительных конструкций и материалов / Межвузовский темат. сб. трудов. ЛИСИ. Л. 1987. С. 11-15.
- [63]. Николаев В.С. Демпфирование вибраций элементов тонкостенных конструкций. // В сб. «Рассеяние энергии при колебаниях мех. систем». Киев.: Наукова Думка, 1970.
- [64]. Аскинази В.Ю. Пространственная устойчивость элементов стальных рамных конструкций переменной жесткости: Автореферат дис. на соискание уч. ст. тех. наук. СПб, 2017.
- [65]. Белый А. Г. Деформационный расчет и устойчивость тонкостенных призматических стержней
- [66]. Кудинов В.В. Метод конечных элементов в задачах устойчивости тонкостенных стержней. Маг.дисс. СПб, 2017. 86 с.
- [67]. Айрумян Э.Л., Белый Г.И. Исследования работы стальной фермы из холодногнутой профилей с учетом их местной и общей устойчивости // Промышленное и гражданское строительство. 2010. № 5. С. 41-44.
- [68]. Синельников А.С. Прочность просечно-растяжного профиля // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 5 (57). С. 74-85.
- [69]. Назмеева Т.В. Несущая способность сжатых стальных тонкостенных элементов сплошного и перфорированного сечения холодногнутого С-профиля. 2010. Инженерно-строительный журнал. №5. С.44-54.
- [70]. Назмеева Т.В. Несущая способность сжатых стоек из стального холодногнутого просечного С-профиля. Дис. канд. техн. наук. СПб, 2016. 184 с.
- [71]. Pala M. A new formulation for distortional buckling stress in cold-formed steel members. Journal of Constructional Steel Research. 2006. Vol. 62. Iss. 7. Pp. 716-722.
- [72]. Eccher G., Rasmussen K. J. R., Zandonini R. Linear elastic isoparametric spline finite strip analysis of perforated thin-walled structures. Thin-Walled Structures. 2008. Vol. 46. Issue 3. pp. 242-260.
- [73]. Pala M. Genetic programming-based formulation for distortional buckling stress of cold-formed steel members. Journal of Constructional Steel Research. 2008. Vol. 64. Issue 12. pp. 1495-1504.
- [74]. Vieira R., Virtuoso F., Pereira E. Buckling of thin-walled
- tekh. nauk. M., 2003.
- [57]. Tusnin A. R. Tonkostenny konechnyy element dlya rascheta stержnevyykh konstruksiy // Montazhnyye i spetsialnyye raboty v stroitelstve. 2003. T. 3. Pp. 2–4.
- [58]. Tusnin A. R. Tochnost rascheta tonkostennogo stержnya otkrytogo profilya metodom konechnyykh elementov // Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitelstvo. 2003. T. 6. Pp. 59–60.
- [59]. Meshcheryakov V.B., Kurbatskiy Ye.N. Priblizhennaya otsenka uskoreniy v balke pri kratkovremennom deystvii poperechnoy sily. // Tr. MIITa. 1976. No. 509. Pp. 26-31.
- [60]. Meshcheryakov V.B. O rasprostraneni izgibno-krutilynykh voln v tonkostennykh stержnyakh otkrytogo profilya. // PMM. 1977. t. 41. No. 2. Pp. 372-375.
- [61]. Meshcheryakov V.B., Ponomareva Ye.V., Chefanova Ye.V. Dinamicheskiye uravneniya tonkostennogo stержnya otkrytogo profilya s uchetom deformatsiy sdviga. // Mezhvuzovskiy tematicheskii sbornik nauchnykh trudov. OmGAPS. 1995. Pp. 14-19
- [62]. Meshcheryakov V.B., Sorin Yu.Yu. Napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye tonkostennogo stержnya pri ekstsentrichnom prodolnom udare // Voprosy mekhaniki stroitelnykh konstruksiy i materialov / Mezhvuzovskiy temat. sb. trudov. LISI. L. 1987. Pp. 11-15.
- [63]. Nikolayev B.C. Dempfirovaniye vibratsiy elementov tonkostennykh konstruksiy. // V sb. «Rasseyaniye energii pri kolebaniyakh mekh. sistem». Kiyev.: Naukova Dumka, 1970.
- [64]. Askinazi V.Yu. Prostranstvennaya ustoychivost elementov stalnykh ramnykh konstruksiy peremennoy zhestkosti: Avtoreferat dis. na soiskaniye uch. st. tekhn. nauk. SPb, 2017.
- [65]. Belyy A. G. Deformatsionnyy raschet i ustoychivost tonkostennykh prizmaticheskikh stержney
- [66]. Kudinov V.V. Metod konechnyykh elementov v zadachakh ustoychivosti tonkostennykh stержney. Mag.diss. SPb, 2017. 86 s.
- [67]. Ayrumyan E.L., Belyy G.I. Issledovaniya raboty stalnoy fermy iz kholodnognutyykh profiley s uchetom ikh mestnoy i obshchey ustoychivosti // Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitelstvo. 2010. No. 5. Pp. 41-44.
- [68]. Sinelnikov A.S. Prochnost prosechno-rastyazhnogo profilya // Inzhenerno-stroitelnyy zhurnal. 2015. No. 5 (57). Pp. 74-85.
- [69]. Nazmeyeva T.V. Nesushchaya sposobnost szhatyykh stalnykh tonkostennykh elementov sploshnogo i perforirovannogo secheniya kholodnognutogo S-profilya. 2010. Inzhenerno-stroitelnyy zhurnal. No.5. Pp. 44-54.
- [70]. Nazmeyeva T.V. Nesushchaya sposobnost szhatyykh stoyek iz stalnogo kholodnognutogo prosechnogo S-profilya. Dis. kand. tekhn. nauk. SPb, 2016. 184 s.
- [71]. Pala M. A new formulation for distortional buckling stress in cold-formed steel members. Journal of Constructional Steel Research. 2006. Vol. 62. Issue 7. Pp. 716-722.
- [72]. Eccher G., Rasmussen K. J. R., Zandonini R. Linear elastic isoparametric spline finite strip analysis of perforated thin-walled structures. Thin-Walled Structures. 2008. Vol. 46. Issue 3. Pp. 242-260.
- [73]. Pala M. Genetic programming-based formulation for distortional buckling stress of cold-formed steel members. Journal of Constructional Steel Research. 2008. Vol. 64. Issue 12. Pp. 1495-1504.
- [74]. Vieira R., Virtuoso F., Pereira E. Buckling of thin-walled

- structures through a higher order beam model. *Computers & Structures*. 2017. Vol. 180. Pp. 104-116.
- [75]. Туев Д.С., Умнова О.В. Влияние местной потери устойчивости на несущую способность лстк профиля // В сборнике: Новые информационные технологии в науке. Сборник статей международной научно-практической конференции. 2016. С. 177-184.
- [76]. Трубина Д.А., Кононова Л.А., Кауров А.А., Пичугин Е.Д., Абдулаев Д.А. Местная потеря устойчивости стальных холодногнутых профилей в условиях поперечного изгиба // *Строительство уникальных зданий и сооружений*. 2014. № 4 (19). С. 109-127.
- [77]. Белый Г.И. К расчету на устойчивость стержневых элементов конструкций из тонкостенных холодногнутых профилей // *Вестник гражданских инженеров*. 2016. № 3 (56). С. 46-51.
- [78]. Белый Г.И., Кузнецов А.Ю. Влияние редукции сечения на устойчивость стержневых элементов конструкций из спаренных холодногнутых тонкостенных профилей // *Вестник гражданских инженеров*. 2016. № 4 (57). С. 57-63.
- [79]. Белый Г.И. Новые положения в инженерной методике расчета на устойчивость стальных стержневых элементов конструкций из холодногнутого профиля // *Вестник гражданских инженеров*. 2017. № 2 (61). С. 75-80.
- [80]. Редуцирование площади поперечного сечения тонкостенного стального профиля при центральном сжатии / Подзоров А.В., Зверев В.В., Тезиков Н.Ю., Жидков К.Е., Карманов И.В. // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2015. № 6 (263). С. 24-28.
- [81]. Формы потери устойчивости участков поперечного сечения стального стенового элемента бескаркасного здания / Подзоров А.В., Карманов И.В., Зверев В.В., Тезиков Н.Ю., Жидков К.Е. // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 4 (267). С. 68-73.
- [82]. Простакишина Д.А., Корсун Н.Д. Определение редуцирования сечения из двух тонкостенных сигма-профилей в зависимости от характера и степени нагружения. // В сборнике: Геология и нефтегазоносность Западно-Сибирского мегабассейна (опыт, инновации). Материалы десятой международной научно-технической конференции. 2016. С. 54-57.
- [83]. Chu X. T., Ye Z. M., Kettle R., Li L. Y. Buckling behaviour of cold-formed channel sections under uniformly distributed loads. *Thin-walled structures*. 2005. Vol. 43. Issue 4. Pp. 531-542
- [84]. Li L. Y., Chen J. K. An analytical model for analysing distortional buckling of cold-formed steel sections. *Thin-walled structures*. 2008. Vol. 46. Issue 12. Pp. 1430-1436.
- [85]. Jobbágy D., Ádány S. Local buckling behaviour of thin-walled members with curved cross-section parts. *Thin-Walled Structures*. 2017. Vol. 115. Pp. 264-276.
- [86]. Leng Z., Li J.K., Guest B.W. Schafer, shape optimization of cold-formed steel columns with fabrication and geometric end-use constraints. 2014. *Thin-Walled Struct.* Vol. 85. pp. 271–290.
- [87]. B. Wang, G.L. Bosco, B.P. Gilbert, H. Guan, L.H. The. Unconstrained shape optimisation of singly-symmetric and open cold-formed steel beams and beamcolumns. 2016. *Thin-Walled Struct.* Vol. 104. pp. 54–61.
- [88]. Gilbert B.P., The L.H., Guan H. Self-shape optimisation principles: optimisation of section capacity for thin-walled profiles. 2012. *Thin-Walled Struct.* Vol. 60. pp. 194–204.
- [89]. Джанелидзе Г.Ю., Пановко Я.Г. Статика упругих structures through a higher order beam model. *Computers & Structures*. 2017. Vol. 180. Pp. 104-116.
- [75]. Tuyev D.S., Umnova O.V. Vliyaniye mestnoy poteri ustoychivosti na nesushchuyu sposobnost lstk profilya // V sbornike: Novyye informatsionnyye tekhnologii v nauke. Sbornik statey mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. 2016. Pp. 177-184.
- [76]. Trubina D.A., Kononova L.A., Kaurov A.A., Pichugin Ye.D., Abdulayev D.A. Mestnaya poterya ustoychivosti stalnykh kholodnognutyykh profiley v usloviyakh poperechnogo izgiba // *Stroitelstvo unikalnykh zdaniy i sooruzheniy*. 2014. No. 4 (19). Pp. 109-127.
- [77]. Belyy G.I. K raschetu na ustoychivost sterzhnevyykh elementov konstruksiy iz tonkostennykh kholodnognutyykh profiley // *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*. 2016. No. 3 (56). Pp. 46-51.
- [78]. Belyy G.I., Kuznetsov A.Yu. Vliyaniye reduksii secheniya na ustoychivost sterzhnevyykh elementov konstruksiy iz sparenykh kholodnognutyykh tonkostennykh profiley // *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*. 2016. No. 4 (57). Pp.57-63.
- [79]. Belyy G.I. Novyye polozheniya v inzhenernoy metodike rascheta na ustoychivost stalnykh sterzhnevyykh elementov konstruksiy iz kholodnognutyykh profiley // *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*. 2017. No. 2 (61). Pp. 75-80.
- [80]. Redutsirovaniye ploshchadi poperechnogo secheniya tonkostennogo stalnogo profilya pri tsentralnom szhatii / Podzorov A.V., Zverev V.V., Tezikov N.Yu., Zhidkov K.Ye., Karmanov I.V. // *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2015. No. 6 (263). Pp. 24-28.
- [81]. Formy poteri ustoychivosti uchastkov poperechnogo secheniya stalnogo stenovogo elementa beskarakasno go zdaniya / Podzorov A.V., Karmanov I.V., Zverev V.V., Tezikov N.Yu., Zhidkov K.Ye. // *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2016. No. 4 (267). Pp. 68-73.
- [82]. Prostakishina D.A., Korsun N.D. Opredeleniye redutsirovaniya secheniya iz dvukh tonkostennykh sigma-profiley v zavisimosti ot kharaktera i stepeni nagruzeniya. // V sbornike: Geologiya i neftegazonosnost Zapadno-Sibirskogo megabasseyna (opyt, innovatsii). Materialy desyatoy mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii. 2016. Pp. 54-57.
- [83]. Chu X. T., Ye Z. M., Kettle R., Li L. Y. Buckling behaviour of cold-formed channel sections under uniformly distributed loads. *Thin-walled structures*. 2005. Vol. 43. Issue 4. Pp. 531-542
- [84]. Li L. Y., Chen J. K. An analytical model for analysing distortional buckling of cold-formed steel sections. *Thin-walled structures*. 2008. Vol. 46. Issue 12. Pp. 1430-1436.
- [85]. Jobbágy D., Ádány S. Local buckling behaviour of thin-walled members with curved cross-section parts. *Thin-Walled Structures*. 2017. Vol. 115. Pp. 264-276.
- [86]. Leng Z., Li J.K., Guest B.W. Schafer, shape optimization of cold-formed steel columns with fabrication and geometric end-use constraints. 2014. *Thin-Walled Struct.* Vol. 85. Pp. 271–290.
- [87]. B. Wang, G.L. Bosco, B.P. Gilbert, H. Guan, L.H. The. Unconstrained shape optimisation of singly-symmetric and open cold-formed steel beams and beamcolumns. 2016. *Thin-Walled Struct.* Vol. 104. pp. 54–61.
- [88]. Gilbert B.P., The L.H., Guan H. Self-shape optimisation principles: optimisation of section capacity for thin-walled profiles. 2012. *Thin-Walled Struct.* Vol. 60. pp. 194–204.
- [89]. Dzhanelidze G.Yu., Panovko Ya.G. Statika uprugikh

- тонкостенных стержней - М.-Л.: Гостехиздат, 1948 – 208 С.
- [90]. Лалин В.В., Рыбаков В.А., Морозов С.А. Исследование конечных элементов для расчета тонкостенных стержневых систем. Инженерно-строительный журнал. 2012. Т. 27. № 1. С. 53-73
- [91]. Лалин В.В., Рыбаков В.А. Конечные элементы для расчета ограждающих конструкций из тонкостенных профилей // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 8. С. 69-80.
- [92]. Lalin V., Rybakov V., Sergey A. The finite elements for design of frame of thin-walled beams. Applied Mechanics and Materials. 2014. Vol. 578-579. Pp. 858-863.
- [93]. Постнов В. А., Хархурим И. Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций/ В.А. Постнов. – Л.: Судостроение., 1974. 342 с
- [94]. Чернов С. А., Дьяков И. Ф. К расчету пространственной тонкостенной стержневой системы // Автоматизация и современные технологии: ежемесячный междотраслевой научно-технический журнал. 2008. №2. С. 3-6.
- [95]. Дьяков И. Ф., Чернов С. А. К расчету оболочки, укрепленной тонкостенными стержнями // Автоматизация и современные технологии: ежемесячный междотраслевой научно-технический журнал. 2008. №1. С. 16-20.
- [96]. Шишкин В. М. Разработка эффективных методов расчета тонкостенных конструкций с учетом пластических и демпфирующих свойств материала / дисс. на соиск. учен. степ. д.т.н. Спец.: 05.13.18. Казань, 2008. 414 с.
- [97]. Оробей В.Ф., Сурьянинов Н. Г., Лимаренко А. М. Анализ напряженно-деформированного состояния тонкостенного стержня открытого профиля в программе ANSYS // Труды ОГАСА. 2005. Вып. 17. С.195-200.
- [98]. Kreja I., Szymczac S. Numerical simulation of a thin-walled beam with warping stiffeners undergoing torsion. CIVIL Engineering Faculty, Gdansk University of Technology, 2012.
- [99]. In Seop Choi, Gang-Won Jang, Soomin Choi, Dongil Shin, Yoon Young Kim. Higher order analysis of thin-walled beams with axially varying quadrilateral cross sections. Computers & Structures, 179, 127-139. 2017.
- [100]. E. Carrera, I. Kaleel, M. Petrolo. Elastoplastic analysis of compact and thin walled structures using classical and refined beam finite element models. Mechanics of Advanced Materials and Structures 4, 0-0. 2017.
- [101]. G. Giunta, S. Belouettar. Higher-Order Hierarchical Models for the Free Vibration Analysis of Thin-Walled Beams. Mathematical Problems in Engineering, 1-12. 2015.
- [102]. Gaetano Giunta, Salim Belouettar, Fabio Biscani, Erasmo Carrera. Hierarchical theories for a linearised stability analysis of thin-walled beams with open and closed cross-section. Advances in aircraft and spacecraft science 1:3, 253-271. 2014.
- [103]. Diego Lisi, A beam finite element model including warping, Department of Civil Engineering of Instituto Superior Técnico, 2011.
- [104]. Гордеева А.О., Ватин Н.И. Расчетная конечно-элементная модель холодногнутого перфорированного тонкостенного стержня в программно-вычислительном комплексе SCAD Office // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 3. С. 36-46.
- [105]. Шатов Д.С. Конечноэлементное моделирование перфорированных стоек открытого сечения из тонкостенных стержней — М.-Л.: Гостехиздат, 1948 – 208 p.
- [90]. Lalin V.V., Rybakov V.A., Morozov S.A. Issledovaniye konechnykh elementov dlya rascheta tonkostennykh stержnevyykh sistem. Inzhenerno-stroitelnyy zhurnal. 2012. T. 27. No. 1. Pp. 53-73
- [91]. Lalin V.V., Rybakov V.A. Konechnyye elementy dlya rascheta ograzhdayushchikh konstruksiy iz tonkostennykh profiley // Inzhenerno-stroitelnyy zhurnal. 2011. No. 8. Pp. 69-80.
- [92]. Lalin V., Rybakov V., Sergey A. The finite elements for design of frame of thin-walled beams. Applied Mechanics and Materials. 2014. Vol. 578-579. pp. 858-863.
- [93]. Postnov V. A., Kharkhurim I. Ya. Metod konechnykh elementov v raschetakh sudovykh konstruksiy/ V.A. Postnov. – L.: Sudostroyeniye., 1974. 342 p.
- [94]. Chernov S. A., Dyakov I. F. K raschetu prostranstvennoy tonkostennoy stержnevoy sistemy // Avtomatizatsiya i sovremennyye tekhnologii: yezhemesyachnyy mezhotraslevoy nauchno-tekhnicheskyy zhurnal. 2008. No.2. Pp. 3-6.
- [95]. Dyakov I. F., Chernov S. A. K raschetu obolochki, ukreplennoy tonkostennymi stержnyami // Avtomatizatsiya i sovremennyye tekhnologii: yezhemesyachnyy mezhotraslevoy nauchno-tekhnicheskyy zhurnal. 2008. No.1. Pp. 16-20.
- [96]. Shishkin V. M. Razrabotka effektivnykh metodov rascheta tonkostennykh konstruksiy s uchetom plasticheskikh i dempiruyushchikh svoystv materiala / diss. na soisk. uchen. step. d.t.n. Spets.: 05.13.18. Kazan, 2008. 414 p.
- [97]. Orobey V.F., Suryaninov N. G., Limarenko A. M. Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya tonkostennogo stержnya otkrytogo profilya v programme ANSYS // Trudy OGASA. 2005. Vyp.17. Pp. 195-200.
- [98]. Kreja I., Szymczac S. Numerical simulation of a thin-walled beam with warping stiffeners undergoing torsion. CIVIL Engineering Faculty, Gdansk University of Technology, 2012.
- [99]. In Seop Choi, Gang-Won Jang, Soomin Choi, Dongil Shin, Yoon Young Kim. Higher order analysis of thin-walled beams with axially varying quadrilateral cross sections. Computers & Structures 179. Pp. 127-139. 2017.
- [100]. E. Carrera, I. Kaleel, M. Petrolo. Elastoplastic analysis of compact and thin walled structures using classical and refined beam finite element models. Mechanics of Advanced Materials and Structures 4, 0-0. 2017.
- [101]. G. Giunta, S. Belouettar. Higher-Order Hierarchical Models for the Free Vibration Analysis of Thin-Walled Beams. Mathematical Problems in Engineering, 1-12. 2015.
- [102]. Gaetano Giunta, Salim Belouettar, Fabio Biscani, Erasmo Carrera. Hierarchical theories for a linearised stability analysis of thin-walled beams with open and closed cross-section. Advances in aircraft and spacecraft science 1:3, 253-271. 2014.
- [103]. Diego Lisi, A beam finite element model including warping, Department of Civil Engineering of Instituto Superior Técnico, 2011.
- [104]. Gordeyeva A.O., Vatin N.I. Raschetnaya konechno-elementnaya model kholodnognutogo perforirovannogo tonkostennogo stержnya v programmno-vychislitelnom komplekse SCAD Office // Inzhenerno-stroitelnyy zhurnal. 2011. No. 3. Pp. 36-46.
- [105]. Shatov D.S. Konechnoelementnoye modelirovaniye

- холодногнутых профилей // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 3. С. 32-35.
- [106]. Синельников А.С., Орлова А.В. Прочность просечнорастяжного профиля: испытания и математическое моделирование // Вестник МГСУ. 2013. № 12. С. 41-54.
- [107]. Жилкин В.А. Численный расчет тонкостенных стержней открытого профиля в MSC Patran-Nastran // АПК России. 2013. Т. 65. С. 84-95.
- [108]. Савченко А.В., Иоскевич А.В., Хазиева Л.Ф., Нестеров А.А., Иоскевич В.В. Продольно-поперечный изгиб балки. решение в различных программных комплексах // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 11 (38). С. 96-111.
- [109]. Camotim D., Basaglia C. On the behaviour, failure and direct strength design of thin-walled steel structural systems. Thin-Walled Structures. 2014. Vol. 81. pp. 50-66.
- perforirovannykh stoyek otkrytogo secheniya iz kholodnognutyykh profilyey // Inzhenerno-stroitelnyy zhurnal. 2011. No. 3. Pp. 32-35.
- [106]. Sinelnikov A.S., Orlova A.V. Prochnost prosechnorastyazhnogo profilya: ispytaniya i matematicheskoye modelirovaniye // Vestnik MGSU. 2013. No. 12. Pp. 41-54.
- [107]. Zhilkin V.A. Chislennyy raschet tonkostennykh sterzhney otkrytogo profilya v MSC Patran-Nastran // APK Rossii. 2013. Vol. 65. Pp. 84-95.
- [108]. Savchenko A.V., Ioskevich A.V., Khaziyeva L.F., Nesterov A.A., Ioskevich V.V. Prodolno-poperechnyy izgib balki. resheniye v razlichnykh programmnykh kompleksakh // Stroitelstvo unikalnykh zdaniy i sooruzheniy. 2015. No. 11 (38). Pp. 96-111.
- [109]. Camotim D., Basaglia C. On the behaviour, failure and direct strength design of thin-walled steel structural systems. Thin-Walled Structures. 2014. Vol. 81. pp. 50-66.
- Советников Д.О., Азаров А.А., Иванов С.С., Рыбаков В.А. Методы расчета тонкостенных стержней: статика, динамика, устойчивость // Alfabuild. 2018. №2 (4). С. 7-33**
- Sovetnikov D., Azarov A., Ivanov S., Rybakov V. Methods of calculation of thin-walled bars: statics, dynamics and stability. Alfabuild, 2018, 2 (4), Pp. 7-33 (rus)**

Methods of calculation of thin-walled bars: statics, dynamics and stability

D. Sovetnikov ^{1*}, A. Azarov ², S. Ivanov ³, V. Rybakov ⁴

¹⁻⁴ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

Article info

review article

Abstract

Since the beginning of the XXI century the use of light steel thin-walled structures made of roll-formed profiles in industrial and civil construction is growing rapidly. The use of such structures has given impetus to the development of the whole industry including the design, manufacture and installation of structures using thin-walled cold-formed sections of galvanized steel. The purpose of the review, given the importance of the analysis of thin-walled steel structure bearing capacity and stability, is a compilation of the major theoretical calculations exploring the stress-deformation condition of the structures, together with experimental evidence and examples of mathematical modeling. The article is devoted to analytical review of existing publications by Russian and foreign authors on the topic of analysis of steel thin-walled rods. This article compiles the most significant work devoted to the theoretical foundations of calculation of thin-walled beams in the formulation of static, dynamic problems and buckling. Special attention is paid to the loss of local sustainability and reduction in cross-section in the calculation of the elements. Papers describing the application of the developed theories of stress-strain state in the structural calculations using finite element systems were reviewed

Keywords:

light steel thin-walled structures, thin-walled bar, finite-element method, stress strain behavior, local stability

Corresponding author:

- 1*. +7(911) 901-90-58; sovetnikov.daniil@gmail.com (Sovetnikov Daniil, Student)
2. +7 (905) 270-56-46; alexio009@mail.ru (Azarov Artur, Student);
3. +7 (904) 556-76-54; serzikserzik@gmail.com (Ivanov Sergey, Student);
4. +7 (964) 331-29-15; fishermanoff@mail.ru (Rybakov Vladimir, PhD, associate professor).